МЕХАНИЗАЦИЯ И ЭНЕРГЕТИКА

В.Н. Дашков, *кандидат технических наук*
Институт механизации сельского хозяйства НАН Беларуси
УДК 632.111.5/.7

Теоретические предпосылки возможности использования естественного холода в сельском хозяйстве Республики Беларусь

На основании данных многолетних метеорологических наблюдений во всех регионах Республики Беларусь выполнено теоретическое обоснование возможности сезонного использования естественного холода в технологиях сельского хозяйства. Составлены регрессионные модели изменения температуры атмосферного воздуха в холодный период года, определены доверительные интервалы этих температур, что позволяет прогнозировать для климатических условий разных зон республики достоверную возможность экономии электроэнергии в сельском хозяйстве за счёт сезонного применения естественного холода.

The theoretical justification of natural cold seasonal availability in the agricultural technologies was implemented by our scientists according to the multi year aerography observations in all regions of Belarus. The regression models of free air thermal changes during the cold period of the year were charted as well as confidence intervals for these temperatures were fixed. That allows for forecasting the established agricultural energy saving opportunities in different climatic zones of the country at the expense of the seasonal use of the natural cold.

Потребление энергии во многих технологических процессах сельскохозяйственного производства (охлаждение молока, поддержание микроклимата в хранилищах плодоовощной продукции и др.) можно снизить путём сезонного использования естественного холода. Вместе с тем нестационарность колебаний климатических параметров атмосферы требует проведения вероятностной оценки изменения ее характеристик. Чтобы анализировать показатели и обосновывать параметры процессов функционирования оборудования для охлаждения сельскохозяйственной продукции, надо знать условия, в которых оно эксплуатируется. Это позволяет прогнозировать стабильность его работы в разных регионах республики и определить зоны наиболее эффективного применения.

Методика исследования

Регрессионную модель изменения температуры атмосферного воздуха в холодный период года можно в общем случае представить матричным уравнением [1]

$$\mathbf{y}=\mathbf{bz}+\mathbf{e}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{y}=\|y_i\|$ – вектор наблюдений $(i=1,2,\dots,n)$;

n – число вариантов опыта;

$\mathbf{z}=\|z_{i,j}\|$ – матрица z-переменных размером $n\times p$;

$z_{i,j}=f(x_{i,j})$ – определённые функции факторов x_i, например, x_i^2, x_ix_j и т.д.;

p – общее число коэффициентов уравнения регрессии;

$\mathbf{b}$ – вектор оценок коэффициентов регрессии;

$\mathbf{e}$ – вектор остатков (невязок между наблюдаемыми и расчётными значениями переменной y).

Определение методом наименьших квадратов b_j-оценок коэффициентов регрессии сводится к решению системы нормальных уравнений

$$\mathbf{z}^T\mathbf{zb}=\mathbf{z}^T\mathbf{y}, \qquad (2)$$

а именно:

$$\mathbf{b}=\mathbf{c}\mathbf{z}^T\mathbf{y}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{z}^T$ – транспонированная матрица, соответствующая матрице z-переменных;

$\mathbf{c}=(\mathbf{z}^T\mathbf{z})^{-1}$ – информационная (ковариационная) матрица, которая является обратной по отношению к матрице системы нормальных уравнений $\mathbf{z}^T\mathbf{z}$.

Однофакторные модели средних декадных температур атмосферного воздуха $y_i=T_a$ в зависимости от декады $x_i=t_{\partial i}$ с октября по апрель включительно ($t_{\partial i}=1,2,\dots,21$) строим, аппроксимируя экспериментальные точки (x_i, y_i) степенными многочленами:

$$y=\sum_{k=0}^{m}\beta_k x^k, \quad m=2,3,4. \qquad (4)$$

Для вычисления оценок b_j коэффициентов регрессии используем формулу (3), в которой в этом случае матрица z- переменных

$$z[n\times(m+1)]=\begin{Vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \dots x_1^m \\ 1 & x_2 & x_2^2 \dots x_2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots \quad \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \dots x_n^m \end{Vmatrix}$$

Значимость регрессии оцениваем, используя применительно к модели (1) дисперсионный анализ для проверки гипотезы о равенстве средних квадратов MS_R (обусловленного регрессией) и MS_F(относительно регрессии) с помощью F-критерия:

$$F = \frac{MS_R}{MS_e} \geq F_{кр} = F_{\alpha;\, p-1;\, n-p}\ , \qquad (5)$$

где $MS_R = \frac{\mathbf{b}^T\mathbf{x}^T\mathbf{y} - n\bar{y}^2}{p-1}$; $MS_E = \frac{\mathbf{y}^T\mathbf{y} - \mathbf{b}^T\mathbf{x}^T\mathbf{y}^T}{n-p}$;

$F_{\alpha;\, p-1;\, n-p}$ – табличное значение F-распределения при уровне значимости α, числах степеней свободы p-1 и n-p.

При выполнении условия (5) гипотеза о равенстве MS_R и MS_E отвергается, т.е. уравнение регрессии статистически значимо.

Уравнение регрессии, аппроксимирующее результаты наблюдений, оцениваем также коэффициентом детерминации, который характеризует долю общей суммы квадратов, объяснённую регрессией:

$$R^2 = \frac{\mathbf{b}^T\mathbf{x}^T\mathbf{y} - n\bar{y}^2}{\mathbf{y}^T\mathbf{y} - n\bar{y}^2}.$$

Кроме того, при построении регрессионной модели рассматриваем графики остатков $e_i = y_i - \hat{y}_i$, что позволяет выявить аномальные отклонения остатков от предполагаемого при регрессионном анализе нормального их распределения и включить в модель корректирующие её составляющие. В качестве количественной оценки их отклонений используем критерий серий (перемен знаков u в последовательности остатков) [2], определяя статистику

$$z = \frac{u - \mu + 0{,}5}{\sigma}\ ,$$

где $\mu = \frac{2n(+)n(-)}{n(+) + n(-)} + 1$; $\sigma^2 = \frac{2n(+)n(-)\left(2n(+)n(-) - n(+) - n(-)\right)}{\left(n(+) + n(-)\right)^2\left(n(+) + n(-) - 1\right)}$;

$n(+)$ и $n(-)$ – наличие в последовательности остатков знаков плюс и минус.

Статистика z характеризуется нормированной функцией нормального распределения

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz\ . \qquad (6)$$

Гипотеза о случайном распределении знаков остатков отвергается, если $\Phi(z) < \alpha$, где α – уровень значимости.

Вектор расчётных значений функции отклика

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{zb}.$$

Если по аналогии со строками матрицы z составить некоторую матрицу-строку

$$\mathbf{z}_k = \left\| 1, z_{k1}, z_{k2}, \ldots, z_{k,\, p-1} \right\|, \qquad (7)$$

то прогнозируемое среднее значение функции отклика в точке факторного пространства, координаты которой z_{kh},

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{z}_k\mathbf{b} = \mathbf{b}^T\mathbf{z}_k^T. \qquad (8)$$

Границы интервальной оценки предсказанного с доверительной вероятностью γ значения $\hat{y}_k$ [2, с.130 – 132]

$$\hat{y}_k \pm t_{\gamma;n-p} s\sqrt{\mathbf{z}_k(\mathbf{z}^T\mathbf{z})^{-1}\mathbf{z}_k^T}\ , \qquad (9)$$

где $t_{\gamma;\, n-p}$ – значение t-распределения при доверительной вероятности γ и числе степеней свободы $n-p$ скорректированной дисперсии $s^2 = MS_E$.

Определение доверительных интервалов и многие другие приложения методов математической статистики корректны, если исследуемая случайная величина нормально распределённая. Поэтому с использованием непараметрического критерия согласия Пирсона проверена гипотеза о законе распределения температур атмосферного воздуха в холодное время года. Выдвинутая гипотеза, несмотря на положительную асимметрию эмпирического распределения случайной величины $X = T_a$ $(Sk[X] = 0{,}311)$, не противоречит экспериментальным данным.

Результаты исследования

Исходная информация о средних декадных температурах воздуха взята по данным метеорологических станций в разных областях Беларуси [3]. Объём выборки, по которой получены эти данные, $n_в$=4.

Средние квадратические отклонения средней декадной температуры воздуха [3] рассчитаны по выборке объёмом $n_в$=100.

На рисунке 1 приведены графики остатков между наблюдаемыми декадными температурами воздуха y_i(по данным метеостанции в Василевичах Гомельской области) и температурами $\hat{y}_i$, которые прогнозируются уравнениями регрессии (4).

Для графиков остатков в случае аппроксимирующего выражения (4) в виде параболы второго порядка (см. кривую 1 на рис. 1) число серий $u = 4$, а наличие в последовательности остатков знаков плюс и минус соответственно $n(+) = 11$ и $n(-) = 10$.

Если в качестве аппроксимирующих выражений использовать многочлены третьей и четвёртой степени, то соответственно $u = 7$; $n(+) = 12$; $n(-) = 9$ и $u = 8$; $n(+) = 11$; $n(-) = 10$.

Анализ серий остатков (табл. 1) показывает, что в нашем случае значения нормированной функции нормального распределения (6) оказываются меньше $\alpha = 0{,}05$ при аппроксимации зависимости $T_a = f(t_д)$ степенными многочленами второго и третьего порядков и только при $m = 4$ значение функции $\Phi(z)$ превышает принятый уровень значимости.

С учётом обоснованного порядка аппроксимирующей зависимости (4) обработаны данные различных метеорологических станций о средних декадных температурах воздуха. Чтобы исследовать составленные уравнения регрес-

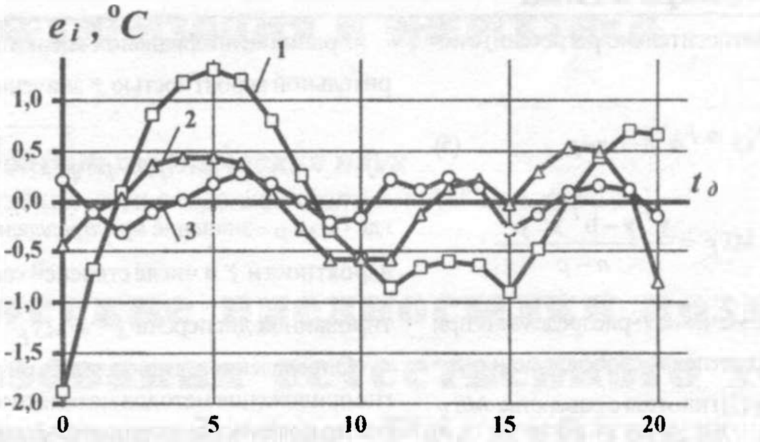

Рис. 1. График остатков при аппроксимации зависимости $T_a = f(t_д)$ степенными многочленами (10): 1 – m=2; 2 – m=3 и 3 – m=4

сии, надо определить интервальные оценки предсказываемых ими значений $\hat{y}_k = T_{ak}$, используя формулы (7)…(9).

Декадные температуры атмосферного воздуха в Горках Могилёвской области $(X_1 = T_{a1})$ и Василевичах – Гомельской $(X_2 = T_{a2})$ отличаются друг от друга в течение всего рассматриваемого интервала времени (октябрь … апрель). Чтобы выяснить, насколько существенно это различие, надо проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ в разные декады $t_{дj}$: $H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$ при альтернативной гипотезе $H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$, вычисляя статистику

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s} \cdot \sqrt{n_1 n_2 / (n_1 + n_2)}$$

с числом степеней свободы $\nu_s = n_1 + n_2 - 2$, где $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ – оценки математических ожиданий случайных величин X_1 и X_2, полученные по выборкам, объёмы которых n_1 и n_2; $s = \sqrt{\left[(n_1 - 1)s_{x_1}^2 + (n_2 - 1)s_{x_2}^2\right] / \nu_s}$ – средневзвешенная оценка средних квадратических отклонений s_{x_1} и s_{x_2}.

Гипотезу отвергаем, если

$$t \ge t_{кр} = t_{\gamma, \nu_s}.$$

В нашем случае при одинаковых объёмах выборок $n_1 = n_2 = n_в$

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s} \cdot \sqrt{n_в / 2};\ \nu_s = 2(n_в - 1);\ s = \sqrt{\frac{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2}{2}}.$$

Вычисленные для различных декад статистики t (табл. 2) во всех случаях превышают критический уровень $t_{кр} = 2{,}447$, следовательно, разница между температурами воздуха в Горках и Василевичах в холодное время года существенна.

Для составленных уравнений регрессии, которые предсказывают температуру воздуха в городах – представителях более холодного Северо-Восточного и более тёплого Юго-Западного регионов республики, построены доверительные интервалы. Сопоставляя средние декадные температуры с вычисленными доверительными интервалами, к Северо-Восточному региону следует отнести Витебскую, Могилёвскую и Минскую, а к Юго-Западному – Брестскую, Гродненскую и Гомельскую области.

На основании данных метеорологических станций в Витебске, Верхнедвинске, Минске, Марьиной Горке, Мо-

Таблица 1. Результаты анализа серий остатков

Порядок m уравнений (10)	μ	σ^2	z	$\Phi(z)$
2	11,476	4,964	-3,131	0,00087
3	11,286	4,776	-1,732	0,04164
4	11,476	4,964	-1,336	0,09078

Таблица 2. Сравнение декадных температур по данным метеорологических станций в Горках и Василевичах

Метеорологическая станция	*Температура воздуха T_a в разные декады $t_{дj}$*				
	1	*6*	*11*	*16*	*21*
Горки	7,1	-2,3	-8,6	-5,7	7,7
Василевичи	8,5	-0,6	-6,8	-3,5	9,6
t - статистики	3,36	4,08	2,89	3,54	4,56

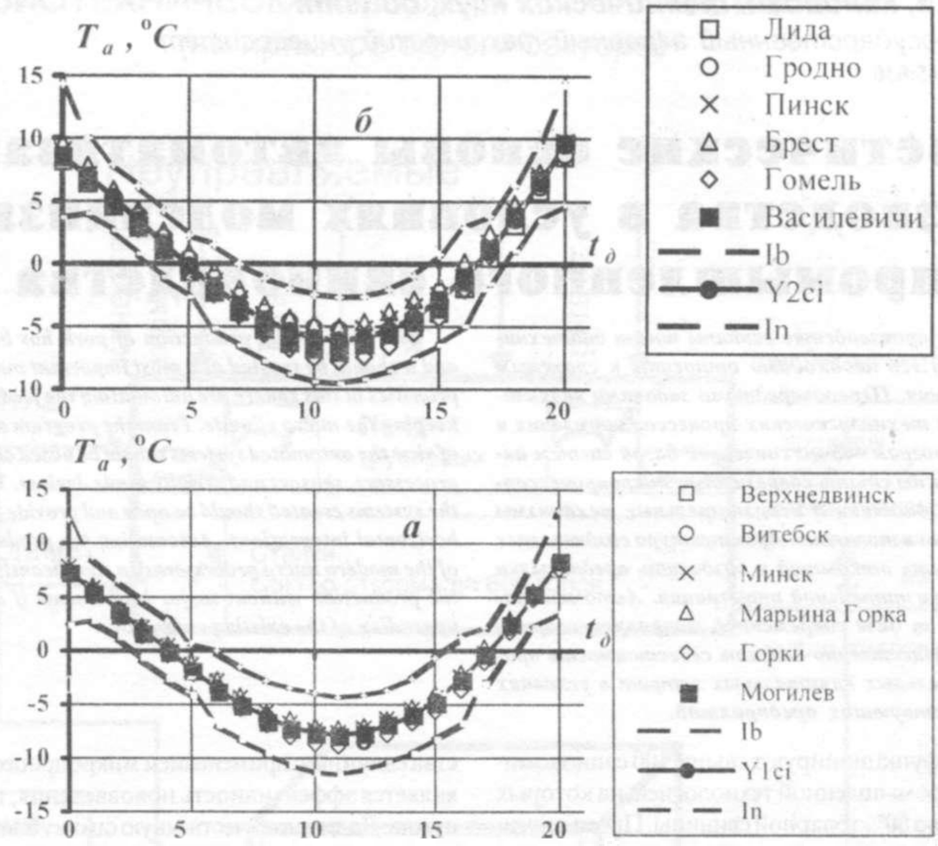

Рис.2. Доверительные интервалы средних декадных температур воздуха в Северо-Восточном (*а*) и Юго-Западном (*б*) регионах Беларуси

гилёве и Горках построено уравнение регрессии, характеризующее температуру атмосферного воздуха в Северо-Восточном регионе:

$$T_a = 7.306 - 1.448\, t_\partial - 0.157\, t_\partial^2 + 0.019\, t_\partial^3 - 3.627\cdot 10^{-4}\, t_\partial^4 \quad (10)$$

$$(F = 3.905\cdot 10^3 >> F_{кр} \equiv F(0.05;\, 4;\, 16) = 3.01;\ R^2 = 0.999).$$

Построенные по данным метеорологических станций в Бресте, Пинске, Гродно, Лиде, Гомеле и Василевичах уравнения регрессии, которые можно использовать для прогнозирования температуры воздуха в Юго-Западном регионе:

$$T_a = 8.502 - 1.3651\, t_\partial - 0.1581\, t_\partial^2 + 0.019\, t_\partial^3 - 3.588\cdot 10^{-4}\, t_\partial^4 \quad (11)$$

$$(F = 3.449\cdot 10^3 >> F_{кр} \equiv F(0.05;\, 4;\, 16) = 3.01;\ R^2 = 0.999).$$

Интервальные оценки температур атмосферного воздуха, которые при доверительной вероятности γ=0,95 предсказывают уравнения (10) и (11), показаны на рисунке 2.

Выводы

1. Составленные на основании многолетних метеорологических наблюдений регрессионные модели изменения температуры атмосферного воздуха в Северо-Восточном и Юго-Западном регионах Республики Беларусь позволяют оценить возможности использования естественного холода в технологиях сельскохозяйственного производства с доверительной вероятностью γ=0,95, что подтверждает достаточно высокую стабильность функционирования предлагаемого оборудования и возможность сезонного использования естественного холода в технологиях сельского хозяйства.

2. Перспективным направлением энергосбережения при охлаждении сельскохозяйственной продукции в осенний и весенний периоды года является создание автоматизированных комбинированных систем, сочетающих холодильную установку с оборудованием, которое использует естественный холод, что позволяет прогнозировать для климатических условий разных зон республики достоверную возможность экономии электроэнергии в сельском хозяйстве за счёт сезонного применения естественного холода..

Литература

1. Дашков В., Нагорский И. Прогнозирование агроинженерных аспектов энергосбережения // Reserch papers of LI Ag Eng & LU of Ag, Raudondvaris. – 2002. – Vol. 34. – N 4. – P. 91-105.

2. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – Москва: Статистика, 1973. – 392 с.

3. Научно-прикладной справочник по климату СССР: Серия 3. Многолетние данные. Части 1-7. Вып. 7. Белорусская ССР / Государственный комитет СССР по гидрометеорологии и контролю природной среды. – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1987. – 303 с.