

МЕХАΝІЗАЦЫЯ І ЭНЕРГЕТЫКА

УДК [631.312.3:519.87].044.18

И. С. НАГОРСКИЙ, В. В. АЗАРЕНКО, В. К. КЛЫБИК

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРЕЗИРОВАНИЯ ПОЧВЫ

Институт механизации сельского хозяйства НАН Беларуси

(Поступила в редакцию 03.09.2004)

Построение математических моделей. Рассмотрим две схемы фрезерования: 1 — движение ножей при взаимодействии их с почвой совпадает с направлением поступательного движения фрезы; 2 — направление движения ножей, срезающих стружку, противоположно направлению поступательного движения фрезы. По аналогии с обработкой металлов резанием [1, с. 517] первую схему фрезерования будем называть встречным, а вторую — попутным фрезерованием.

Свободная поверхность срезаемой стружки определяется траекторией режущей кромки ножа 1 (рис. 1). В параметрическом представлении она задается при встречном фрезеровании уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{e1}(t) &= vt + r \sin \omega t \\ \eta_{e1}(t) &= r \cos \omega t \end{aligned} \right\}$$

где t — время, с; v , r и ω — соответственно скорость поступательного движения фрезы (м/с), ее радиус (м) и угловая скорость вращения, рад/с.

Переходя от системы координат $O \xi \eta$ к системе координат Oxy , ось которой Ox направлена по поверхности почвы, а ось Oy проходит через точку пересечения траекторий первого и второго ножей фрезы (начало резания стружки), имеем:

$$\left. \begin{aligned} x_{e1}(t) &= vt + r \sin \omega t - \frac{H}{2} \\ y_{e1}(t) &= r \cos \omega t - r + h \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $H = \frac{v}{\omega} \cdot \frac{2\pi}{z}$ — подача на один нож; z — количество ножей фрезы в диаметральной ее сечении.

Время начала резания стружки ножом 1 при встречном фрезеровании:

$$t_{e1H} = \frac{\varphi_{e1H}}{\omega},$$

где φ_{e1H} — угол поворота фрезы при переходе ножа 1 из крайнего нижнего положения в точку A (рис. 1).

Согласно расчетной схеме, уравнение, которое позволяет определить угол φ_{e1H} :

$$vt_{e1H} + r \sin \varphi_{e1H} = \frac{H}{2}$$

или, с учетом значений t_{e1H} и H ,

$$\varphi_{e1H} + \frac{r\omega}{v} \sin \varphi_{e1H} = \frac{\pi}{z}. \quad (2)$$

Уравнение (2) решаем относительно φ_{e1H} численным методом.

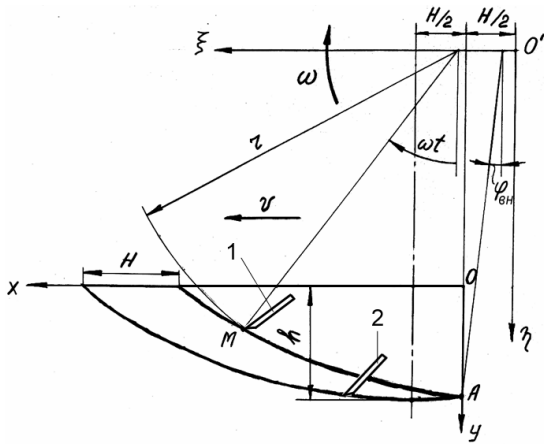


Рис. 1. Расчетная схема к определению формы и размеров стружки при встречном фрезеровании: 1 и 2 — соответственно первый и второй нож

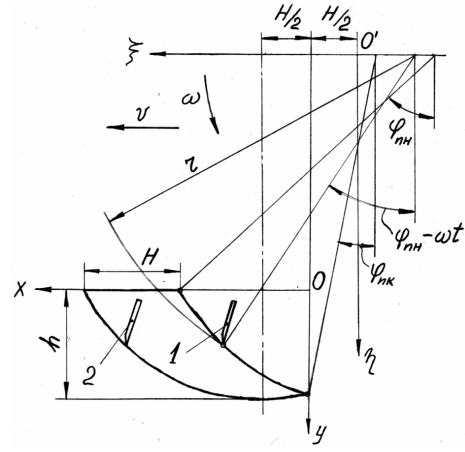


Рис. 2. Расчетная схема к определению формы и размеров стружки при попутном фрезеровании: 1 и 2 — соответственно первый и второй нож

Время окончания резания стружки ножом 1 определяем из уравнения:

$$y_{\theta 1}(t_{\theta 1\kappa}) = r \cos \omega t_{\theta 1\kappa} - r + h = 0,$$

откуда

$$t_{\theta 1\kappa} = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{r-h}{r}.$$

Уравнение образующей свободной поверхности стружки представим в неявном виде, исключив из системы уравнений (1) параметр t :

$$F(x_{\theta 1}, y_{\theta 1}) = x_{\theta 1} - \frac{v}{\omega} \arccos \frac{y_{\theta 1} + r - h}{r} - \sqrt{(h - y_{\theta 1})(2r - h + y_{\theta 1})} + \frac{H}{2} = 0. \quad (3)$$

Траектория ножа 2 аналогично определяется уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} x_{\theta 2}(t) &= vt + r \sin \omega t + \frac{H}{2} \\ y_{\theta 2}(t) &= r \cos \omega t - r + h \end{aligned} \right\}.$$

Время начала и окончания резания стружки ножом 2:

$$t_{\theta 2\text{н}} = -t_{\theta 1\text{н}} \text{ и } t_{\theta 2\kappa} = t_{\theta 1\kappa}.$$

Уравнение траектории ножа 2 в неявном виде:

$$F(x_{\theta 2}, y_{\theta 2}) = \begin{cases} x_{\theta 2} + \frac{v}{\omega} \arccos \frac{y_{\theta 2} + r - h}{r} + \sqrt{(h - y_{\theta 2})(2r - h + y_{\theta 2})} - \frac{H}{2} = 0, \\ 0 \leq x_{\theta 2} \leq \frac{H}{2}; \\ x_{\theta 2} - \frac{v}{\omega} \arccos \frac{y_{\theta 2} + r - h}{r} - \sqrt{(h - y_{\theta 2})(2r - h + y_{\theta 2})} - \frac{H}{2} = 0, \\ \frac{H}{2} \leq x_{\theta 2} \leq \frac{v}{\omega} \arccos \frac{r-h}{r} + \sqrt{(h - y_{\theta 2})(2r - h + y_{\theta 2})} + \frac{H}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

Аналогично получены уравнения движения ножей фрезы при попутном фрезеровании (рис. 2):

$$\left. \begin{aligned} x_{n1}(t) &= \frac{v}{\omega} (\omega t - \varphi_{\text{нн}}) - r \sin (\omega t - \varphi_{\text{нн}}) - \frac{H}{2}; \\ y_{n1}(t) &= r \cos (\omega t - \varphi_{\text{нн}}) - r + h \end{aligned} \right\};$$

$$\left. \begin{aligned} x_{n2}(t) &= \frac{v}{\omega}(\omega t - \varphi_{nn}) - r \sin(\omega t - \varphi_{nn}) + \frac{H}{2}, \\ y_{n2}(t) &= r \cos(\omega t - \varphi_{nn}) - r + h \end{aligned} \right\},$$

где $\varphi_{nn} = \arccos \frac{r-h}{r}$ — угол отклонения от вертикали радиуса r , проведенного к режущей кромке ножа 1, в начале резания стружки (см. рис. 2).

Время начала резания стружки $t_{n1n} = t_{n2n} = 0$; время окончания резания стружки ножами 1 и 2 соответственно:

$$t_{n1k} = \frac{\varphi_{nn} - \varphi_{nk}}{\omega} \quad \text{и} \quad t_{n2k} = \frac{\varphi_{nn} + \varphi_{nk}}{\omega},$$

где φ_{nk} — угол, на который радиус r , проведенный к кромке ножа 1, отклоняется от вертикали в конце резания стружки, определяем, решая численным методом уравнение:

$$\frac{r\omega}{v} \sin \varphi_{nk} = \varphi_{nk} + \frac{\pi}{z}.$$

Уравнение образующей свободной поверхности стружки (траектория ножа 1 в неявном виде) при попутном фрезеровании:

$$F(x_{n1}, y_{n1}) = x_{n1} + \frac{v}{\omega} \arccos \frac{y_{n1} + r - h}{r} - \sqrt{(h - y_{n1})(2r - h + y_{n1})} + \frac{H}{2} = 0. \quad (5)$$

Траектория ножа 2 в неявном виде:

$$F(x_{n2}, y_{n2}) = \begin{cases} x_{n2} - \frac{v}{\omega} \arccos \frac{y_{n2} + r - h}{r} + \sqrt{(h - y_{n2})(2r - h + y_{n2})} - \frac{H}{2} = 0, & 0 \leq x_{n2} \leq \frac{H}{2}; \\ x_{n2} + \frac{v}{\omega} \arccos \frac{y_{n2} + r - h}{r} - \sqrt{(h - y_{n2})(2r - h + y_{n2})} - \frac{H}{2} = 0, & \frac{H}{2} \leq x_{n2} \leq r \sin \varphi_{nn} - \frac{v}{\omega} \varphi_{nn} + \frac{H}{2}. \end{cases} \quad (6)$$

Методика и результаты исследования энергоемкости фрезерования. В качестве целевой функции принимаем энергоемкость фрезерования почвы:

$$q_{\text{э}} = q_{\text{э}}(r, v, h, \omega) = \min,$$

которую можно представить как отношение работы, затраченной на срезание стружек почвы, к их объему, т. е.:

$$q_{\text{э}} = \frac{P_B B L}{S B} = P_B \frac{L}{S},$$

где P_B — сопротивление резанию на единицу ширины захвата B ; L и S — суммарные соответственно длина пути резания стружек и площадь сечения их продольно-вертикальной плоскостью.

Полагая в первом приближении $P_B = \text{const}$, энергоемкость фрезерования косвенно оцениваем показателем, пропорциональным энергоемкости отрезания одной стружки:

$$q_{\text{эс}} = \frac{L_c}{S_c}. \quad (7)$$

При встречном фрезеровании длина пути резания стружки:

$$L_{c.в} = \int_{t_{\text{в}2n}}^{t_{\text{в}2k}} \sqrt{\dot{x}_{\text{в}2}^2(t) + \dot{y}_{\text{в}2}^2(t)} dt = \int_{t_{\text{в}2n}}^{t_{\text{в}2k}} \sqrt{a + b \cos \omega t} dt,$$

где $a = v^2 + r^2 \omega^2$; $b = 2r v \omega$.

При попутном фрезеровании:

$$L_{c.n} = \int_0^{t_{n2\kappa}} \sqrt{a - b \cos(\varphi_{nh} - \omega t)} dt.$$

Площадь продольного сечения стружки при встречном и попутном фрезеровании соответственно:

$$S_g = 2r \left(\frac{v}{\omega} - r + h \right) \sin \varphi_{gh} + r^2 \left(\varphi_{gh} + \frac{\sin 2\varphi_{gh}}{2} \right) - 2 \frac{v}{\omega} (r - h) \varphi_{gh}$$

и

$$S_n = -2r \left(\frac{v}{\omega} + r - h \right) \sin \varphi_{nk} + r^2 \left(\varphi_{nk} + \frac{\sin 2\varphi_{nk}}{2} \right) + 2 \frac{v}{\omega} (r - h) \varphi_{nk}.$$

Для определения площади продольного сечения стружки при попутном или встречном фрезеровании можно использовать приближенную формулу:

$$S_c \approx Hh, \quad (8)$$

Расчет по формуле (8) дает значения, несколько превышающие S_g и S_n . Относительные погрешности ($\delta, \%$) расчетов по формуле (8):

$$\delta_{S_g} = \frac{S_c - S_g}{S_g} \cdot 100 \quad \text{и} \quad \delta_{S_n} = \frac{S_c - S_n}{S_n} \cdot 100.$$

Для локальной области факторного пространства, в которой находятся минимальные значения показателя энергоемкости $q_{эс}$, например, когда $h = 0,08$ м, $r = 0,25$ м, $v = 2,0$ м/с, $\omega = 40$ рад/с и $z = 12$, имеем: $\delta_{S_g} = 0,1\%$ и $\delta_{S_n} = 0,2\%$.

Зависимость показателя $q_{эс}$ от влияющих на него факторов x_j , если нет аналитического выражения этой зависимости, можно представить уравнениями регрессии различного вида, например, в виде степенного многочлена:

$$y = q_{эс} = f(x_j), \quad x_j = 1, 2, \dots, k,$$

или в матричной форме:

$$y = zb + e,$$

где $y = \|y_i\|$ — вектор наблюдений ($i = 1, 2, \dots, n$); n — число вариантов опыта; $z = \|z_{i,j}\|$ — матрица z -переменных размером $n \times p$; $z_{i,j} = f(x_{i,j})$ — определенные функции факторов x_j , например, x_j^2 , $x_i x_j$ и т. д.; p — общее число коэффициентов уравнения регрессии; b — вектор оценок коэффициентов регрессии; e — вектор остатков (неувязок между наблюдаемыми и расчетными значениями переменной y).

В нашем случае $x_1 = r$; $x_2 = v$; $x_3 = h$; $x_4 = \omega$. Количество ножей z в число факторов не включаем, поскольку его влияние на показатель $q_{эс}$ аналогично влиянию фактора ω .

Показатель энергоемкости резания стружки $q_{эс}$ вычисляем по формуле (7), варьируя на трех уровнях влияющие на него факторы: $h = 0,02$ м, $0,05$ и $0,08$ м; $r = 0,15$ м, $0,20$ и $0,25$ м; $v = 0,8$ м/с, $1,4$ и $2,0$ м/с; $\omega = 30$ рад/с, 40 и 50 рад/с. При различном их сочетании проведен 81 опыт.

Коэффициенты регрессии определяем шаговым регрессионным методом [2, С. 180—182, 188—203], развитым применительно к сельскохозяйственным объектам [3], последовательно включая в уравнение регрессии переменные, наиболее сильно коррелированные с откликом. При этом на каждом шаге исследуем ранее включенные в модель переменные и исключаем из нее те, которые стали незначимыми после включения в уравнение регрессии очередной новой переменной.

Значимость регрессии оцениваем, используя метод дисперсионного анализа, с помощью F -критерия, а также вычисляем коэффициент детерминации R^2 , который характеризует долю общей суммы квадратов (относительно среднего \bar{y}), объясненную регрессией, и относительную среднеквадратическую ошибку (коэффициент вариации δ %).

В результате составлено уравнение регрессии (при встречном фрезеровании):

$$q_{эс.в} = 453,769 + 1,728 \cdot 10^3 hv + 12,383r\omega - 376,481rv - 9,262 \cdot 10^3 h + 4,856 \cdot 10^4 h^2 - 3,86v\omega + 7,968\omega + 109,892v^2 - 317,892v - 4,983 \cdot 10^3 hr + 702,537r \quad (9)$$

$$(F = 363,52 \gg F_{кр} = F_{0,05; 11; 69} = 1,92; R^2 = 0,983; \delta = 7,0\%).$$

Аналогично при попутном фрезеровании имеем:

$$q_{эс.п} = 179,772 + 1,714 \cdot 10^3 hv + 12,789r\omega - 386,019rv - 56,139h\omega - 321,784v + 113,153v^2 - 7,083 \cdot 10^3 hr + 3,672 \cdot 10^4 h^2 - 4,618 \cdot 10^3 h - 3,906v\omega + 10,727\omega + 927,259r \quad (10)$$

$$(F = 501,60 \gg F_{кр} = F_{0,05; 12; 68} = 1,89; R^2 = 0,989; \delta = 6,8\%).$$

Последовательность составляющих уравнений регрессии (9) и (10) соответствует последовательности включения их в эти уравнения.

Вектор расчетных значений функции отклика:

$$y = zb.$$

Если по аналогии со строками матрицы z составить некоторую матрицу-строку

$$z_k = \left\| 1, z_{k1}, z_{k2}, \dots, z_{k,q-1} \right\|,$$

то прогнозируемое среднее значение функции отклика в точке факторного пространства, координаты которой z_{kh} ,

$$y_k = z_k b = b^T z_k^T. \quad (11)$$

Формула (11) дает возможность при обосновании параметров конструкции и режимов работы почвенной фрезы, используя составленные модели (9) и (10), оценить энергоемкость процесса фрезерования при любых значениях влияющих на нее факторов.

Результаты компьютерного эксперимента показывают, что во всех опытах показатель энергоемкости резания стружки по схеме попутного фрезерования ($q_{эс.п}$) меньше, чем при встречном фрезеровании ($q_{эс.в}$). Так, отношение:

$$k = \frac{q_{эс.в}}{q_{эс.п}}$$

при различных комбинациях факторов изменяется в пределах $1,12 \leq k \leq 1,95$. Для локальной области факторного пространства, в которой наблюдаются наименьшие значения показателя $q_{эс}$, $k = 1,38$. Таким образом, с точки зрения ресурсосбережения надо отдать предпочтение схеме попутного фрезерования.

Меньшая энергоемкость попутного фрезерования по сравнению со встречным объясняется тем, что при одних и тех же параметрах конструкции и режимах работы площадь продольного сечения срезаемой стружки практически одинакова для обеих схем фрезерования, а длина пути резания стружки меньше при попутном фрезеровании.

В пользу этой схемы можно привести и другие обоснования. Во-первых, условием качественного выполнения технологического процесса является заполнение фрезеруемой канавки измельченной почвой. При попутном фрезеровании обеспечить выполнение этого условия проще, поскольку при встречном фрезеровании требуется наличие специального кожуха, охватывающего фрезу сверху, с направляющими ребрами над каждым диском с ножами. Это связано

с увеличением металлоемкости орудия в целом, дополнительными затратами энергии на транспортирование почвы под кожухом, угрозой забивания пространства под кожухом растительными остатками. Более того, во избежание выброса камней, направленного на трактор и кабину тракториста, необходимо оснастить охватывающий фрезу кожух лыжей, которая пружинами должна прижиматься к почве. Это, в свою очередь, чревато возникновением перед ней призмы волочения и опять-таки увеличением сопротивления перемещению почвообрабатывающего орудия.

Во-вторых, в пользу попутного фрезерования можно отнести то, что снятие стружки в этом случае начинается ударом ножа о почву, а это способствует ее крошению. Наоборот, в конце отделения стружки при встречном фрезеровании происходит ее отрыв (скол) без должного крошения.

В-третьих, представляется, что избежать поломок при встрече ножей фрезы с крупными камнями более вероятно, используя схему попутного фрезерования, поскольку в этом случае диски с ножами перекатываются по препятствию.

При обосновании факторов, влияющих на энергоемкость фрезерования, надо учитывать и другие показатели. Так, с целью снижения материалоемкости процесса следует уменьшать радиус r фрезерного барабана до предела, ограниченного конструктивными и технологическими условиями. С учетом минимального диаметра несущих дисков, обеспечивающего возможность замены ножей, принимаем $r = 0,25$ м.

Определяющим условием при выборе глубины фрезерования h являются требования агротехники. Так, согласно исходным требованиям на разработку машины для подсева трав в дернину, разработанным Всесоюзным научно-исследовательским институтом механизации сельского хозяйства (ВИМ), Северо-Кавказским филиалом ВИМ и Северо-Кавказским научно-исследовательским институтом животноводства [4, С. 190], фрезерование полос должно проводиться на глубину 8 см.

Априорная информация об энергоемкости фрезерования позволяет ввести ограничение на угловую скорость ω . По данным А. А. Машенского [5, С. 20] и других исследователей, превышение скорости резания $v_p = r\omega = 8-10$ м/с на 1 м/с приводит к увеличению усилия резания на 20—25%. Поэтому, если $r = 0,25$ м и $v_p = 10$ м/с, то угловая скорость не должна превышать 40 рад/с.

Количество ножей на несущем диске фрезы можно определить, исходя из агротехнических требований к подаче H на один нож, обеспечивающей необходимое измельчение дернины, и обоснованных параметров конструкции и режимов работы ($r = 0,25$ м; $h = 0,08$ м и $\omega = 40$ рад/с). Если минимальная скорость поступательного движения фрезы $v = 2$ м/с и подача на один нож $H = 0,25$ м, то

$$z = \frac{2\pi v}{\omega H} = 12,1.$$

Принимаем $z = 12$.

Уравнения (3), (4) и (5), (6) служат для определения методами аналитической и дифференциальной геометрии размеров ножей фрезы и оценки степени измельчения дернины. При обосновании режима работы фрезы, обеспечивающего измельчение дернины, регламентируемое агротехническими требованиями, с учетом уравнения регрессии (10) и ранее определенных факторов ($h = 0,08$ м; $r = 0,25$ м), построены графики однофакторных зависимостей, которые показывают влияние факторов v и ω на энергоемкость фрезерования почвы. В результате скорректированы значения этих факторов: размеры измельченных частиц не превышают агротехнического допуска $[l] = 2,5$ см, если $v = 1,8$ м/с и $\omega = 45$ рад/с. При этом косвенный показатель энергоемкости фрезерования $q_{эс.н} = 112,05$, т. е. на 13% больше минимального его значения $q_{эс.н} = 99,46$, при котором, однако, агротехнический допуск превышает с вероятностью $P(l \geq [l]) = 0,2$.

Машина для поверхностного улучшения лугопастбищных угодий МТД-3,0, параметры которой обоснованы в результате выполненных исследований, прошла государственные приемочные испытания на Белорусской МИС. Она рекомендована к выпуску опытной партией и в 2004 г. проходит (в количестве 9 образцов) хозяйственную проверку.

Выводы. Составленные математические модели фрезерования почвы позволили без значительных затрат времени и средств определить параметры и режимы работы фрезы, при которых минимизируется энергоемкость и обеспечивается требуемое качество выполнения технологического процесса.

Литература

1. Справочник машиностроителя: В 6 т. / Н. С. Ачеркан, М. П. Вукалович, В. Н. Кудрявцев и др.; Под ред. Э. А. Сагеля. М., 1961—1964. Т. 5.
2. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М., 1973.
3. Нагорский И. С. / Agricultural machinery, buildings, energy and hydraulic engineering, Transactions № 215. Tartu, 2002. P. 93—102.
4. Исходные требования на разработку машины для подсева трав в дернину: Сб. исход. требований на тракторы и сельскохозяйств. машины. М., 1988. Т. 40.
5. Машенский А. А. Исследование процесса резания грунтов фрезерным рабочим органом (щелерезом): Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Мн., 1973.

NAGORSKII I. S., AZARENKO V. V., KLYBIK V. K.

MODELLING OF SOIL MILLING

Summary

Effective reception of superficial improvement of meadows and pastures is reseeding of grasses in the strips loosened with a soil cutter. Interaction of knives with ground at passing and counter milling has been investigated by a method of mathematical modeling with a purpose of substantiation of parameters of design and operating modes of the soil mill providing with a minimal expenses of energy required quality of performance of technological process (crushing sod and a herbage, and filling with ground milled in sod strips also).