

**МЕХАΝІЗАЦЫЯ І ЭНЕРГЕТЫКА,
ПЕРААПРАЦОЎКА І ЗАХАВАННЕ
СЕЛЬСКАГА СПАДАРЧАЙ ВЫТВОРЧАСЦІ**

УДК 631.362.3.001

В. М. БУЛГАКОВ, И. В. ГОЛОВАЧ

**ТЕОРИЯ ОЧИСТКИ ГОЛОВЕК КОРНЕПЛОДОВ
НА КОРНЮ ГИБКОЙ ЛОПАСТЬЮ**

Национальный аграрный университет, Киев (Украина)

(Поступила в редакцию 26.05.2005)

Проблеме удаления остатков ботвы с головок корнеплодов после срезания основной ее массы посвящено множество конструкторских разработок, теоретических и экспериментальных исследований [1—11 и др.]. В научных работах в основном изложены результаты исследований очистителей головок корнеплодов на корню разных конкретных конструкций: лопастных, кольцевых, секторных, барабанных и др.

Тем не менее строгого теоретического обоснования данного технологического процесса не существует и до сих пор, поскольку основательно и всеохватывающе не рассматривается ни начальный процесс удара очистительного элемента (гибкой лопасти) по головке корне-

плода, ни дальнейшее его движение по поверхности, которая очищается, что, кстати, осуществляется в пространстве, ни дифференциальные уравнения такого движения. В [9] представлены дифференциальные уравнения движения гибкой очистительной лопасти по головке корнеплода в случае, когда лопасть осуществляет движения в поперечно-горизонтальной плоскости, то есть установлена на очистителе с вертикальной осью вращения.

Цель работы — разработка новой теории взаимодействия с головкой корнеплода на корню очистительной лопасти (бича), установленной на приводном валу с горизонтальной осью вращения.

Построим расчетную математическую модель процесса взаимодействия очистительной лопасти с головкой корнеплода, для чего составим сначала эквивалентную схему, в которой рассматривается сферическая головка корнеплода, расположенного (фактически жестко закрепленного) в почве, над которым поступательно движется приводной вал с горизонтальной осью вращения, которая несет бичи (очистительные лопасти, выполненные гибкими), осуществляющие удар по головке и последующее движение по его поверхности (рис. 1). Считаем,

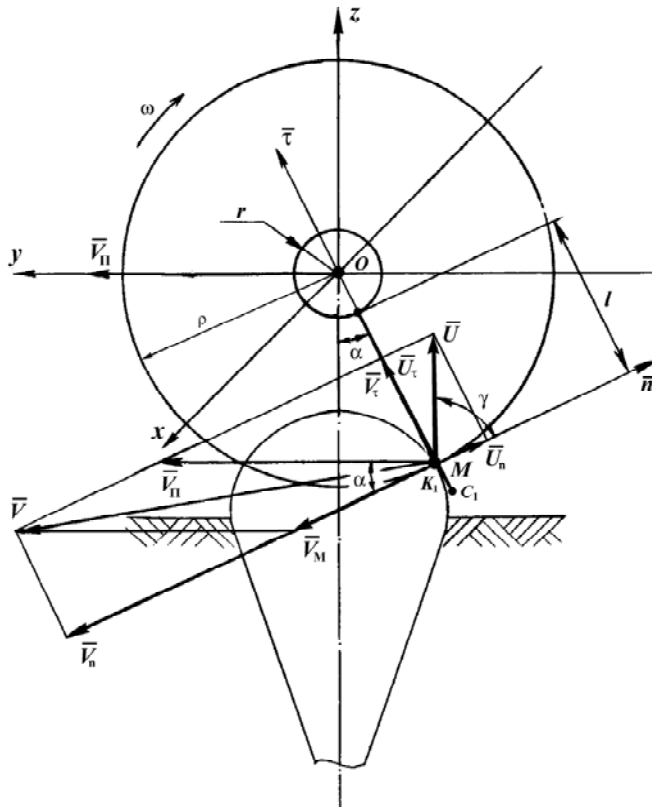


Рис. 1. Схема скоростей при ударном контакте бича с головкой корнеплода в случае, когда плоскость вращения бичей расположена вдоль рядка

что бичи на валу, который имеет ось вращения O , закреплены шарнирно, причем плоскость их вращения перпендикулярна к оси вала, направление вращения — по ходу движения очистителя. Приводной вал вращается с угловой скоростью ω , направление которой показано стрелкой. Рассмотрим процесс взаимодействия с головкой корнеплода одного из бичей очистителя, считая, что другие будут находиться в аналогичном состоянии. Шарнир подвески бича на валу находится на расстоянии r от оси O самого вала, условная длина бича в этом случае равна $l+r$, где l — расстояние от оси подвеса до точки M контакта бича с головкой корнеплода в начальный момент (конец бича обозначен точкой C_1). Скорость поступательного движения очистителя вдоль рядков корнеплодов обозначим через \vec{V}_n , массу бича — через m .

Рассмотрим случай, когда плоскость вращения бичей очистителя расположена строго вдоль рядка корнеплодов (это как раз есть именно такой случай, когда условная ось бича будет совпадать с осью корнеплода). В этом случае схема скоростей и силового взаимодействия бича с головкой корнеплода будут плоскими.

Выберем неподвижную систему координат $xOyz$, начало которой проходит через ось вращения бича, то есть ось Ox совпадает с горизонтальной осью приводного вала. Ось Oy этой системы координат направлена вдоль рядка корнеплодов, ось z — вертикально вверх. Покажем на рис. 1 схему скоростей до удара бича по головке корнеплода и после удара. Еще раз подчеркнем, что в этом случае плоскость вращения бича совпадает с плоскостью yOz , а ось вала O расположена вдоль оси Ox .

При поступательном движении очистителя вдоль рядка корнеплодов и вращении бича вокруг оси Ox происходит ударный контакт бича с головкой. Разделим условно процесс очистки головки корнеплода от остатков ботвы на две фазы:

- 1 — фаза встречи бича с головкой корнеплода;
- 2 — фаза дальнейшего движения бича по головке корнеплода.

Очевидно, что при встрече бича с головкой корнеплода (фаза 1) сначала происходит удар бича по некоторой части головки. Обозначим через M точку на биче, которая в момент удара совпадает с точкой K_1 — контакта бича с головкой корнеплода. Будем считать, что

ударный импульс \vec{S} будет направлен вдоль нормали \vec{n} к головке корнеплода, проведенной через точку контакта K_1 (рис. 2).

При этом скорость \vec{V} точки M бича до удара будет равна

$$\vec{V} = \vec{V}_n + \vec{V}_M, \quad (1)$$

где \vec{V}_n — скорость поступательного движения очистителя вдоль рядка корнеплодов (переносная скорость бича); \vec{V}_M — окружная скорость точки M бича при вращении вокруг оси Ox (относительная скорость точки M).

Окружная скорость V_M точки M будет равна

$$V_M = \omega \rho = \omega(r+l). \quad (2)$$

Вектор \vec{V}_M будет направлен по касательной к окружности радиуса ρ , который показан на рис. 1.

Поскольку считаем, что удар происходит по общей нормали \vec{n} к сферической головке корнеплода и бича, а общей нормалью как раз и есть касательная к окружности

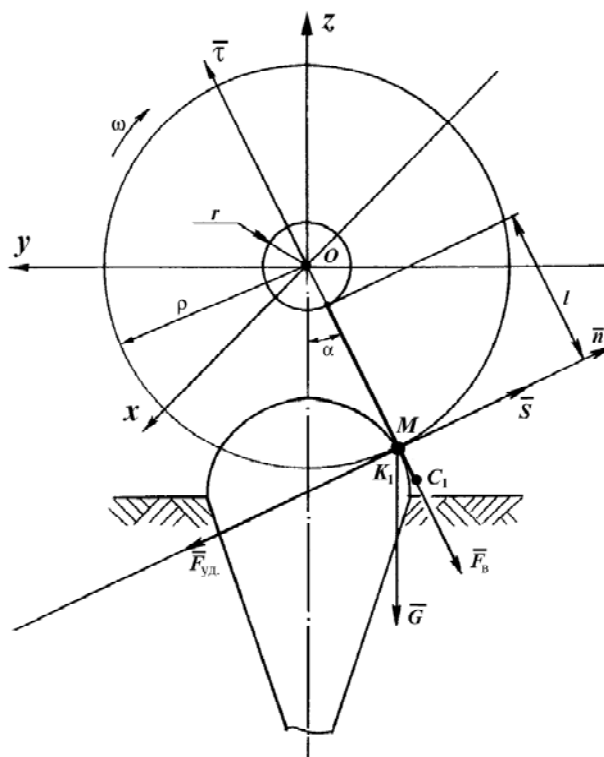


Рис. 2. Схема сил, которые действуют в точке контакта бича с головкой корнеплода в случае, если плоскость вращения бичей расположена вдоль рядка

радиуса ρ , поэтому вектор \vec{V}_M будет направлен вдоль нормали \vec{n} (то есть фактически по радиусу сферической головки корнеплода).

Отдельно изобразим схему сил, которые действуют на головку корнеплода во время удара в точке контакта K_1 (рис. 2). Это силы: $\vec{F}_{уд}$ — ударная сила, которая возникает в процессе удара и направлена вдоль нормали \vec{n} к поверхности головки корнеплода; \vec{G} — сила веса бича; \vec{F}_B — центробежная сила инерции, которая возникает при вращении бича вокруг оси Ox (эта сила направлена вдоль бича и способствует выпрямлению бича вдоль прямой, то есть радиуса ρ вращения точки M вокруг оси Ox).

Определим далее абсолютную скорость \vec{U} точки M после удара, угол отклонения γ вектора \vec{U} от нормали \vec{n} и ударный импульс \vec{S} .

Согласно [12], изменение количества движения точки массой m при ударе равно:

$$m(\vec{U} - \vec{V}) = \vec{S}, \quad (3)$$

где \vec{S} — ударный импульс; \vec{U} — скорость точки контакта M после удара; \vec{V} — скорость точки контакта M до удара.

Согласно определению, ударный импульс \vec{S} определяется с помощью такого выражения

$$\vec{S} = \int_0^{\tau} \vec{F}_{уд} dt, \quad (4)$$

где $\vec{F}_{уд}$ — ударная сила; τ — продолжительность удара.

Поскольку продолжительность удара τ представляет собой очень маленький промежуток времени, то импульсы всех других сил, которые действуют на головку корнеплода в момент удара, практически равны нулю.

Действительно, импульс силы \vec{G} будет равен

$$\vec{S}_G = \int_0^{\tau} \vec{G} dt = \vec{G} \int_0^{\tau} dt = \vec{G}\tau,$$

тогда

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \vec{S}_G = \lim_{\tau \rightarrow 0} \vec{G}\tau = \vec{G} \lim_{\tau \rightarrow 0} \tau = 0.$$

Аналогично импульс силы \vec{F}_B равен

$$\vec{S}_{F_B} = \int_0^{\tau} \vec{F}_B dt = \vec{F}_B \int_0^{\tau} dt = \vec{F}_B \tau,$$

тогда

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \vec{S}_{F_B} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \vec{F}_B \tau = \vec{F}_B \lim_{\tau \rightarrow 0} \tau = 0.$$

Таким образом, действие сил \vec{G} и \vec{F}_B при ударе бича по головке корнеплода можно не учитывать.

Поскольку при ударе ударный импульс \vec{S} есть отличная от нуля величина, то при $\tau \rightarrow 0$, $F_{уд} \rightarrow \infty$, так как в противном случае $\vec{S} \rightarrow 0$. Это вытекает из выражения (4).

Для описания процесса удара бича по головке корнеплода выберем новую систему координат $\bar{\tau}K_1\bar{n}$, где ось $\bar{\tau}$ направлена по касательной к головке корнеплода в точке K_1 .

Учитывая, что ударный импульс \vec{S} направлен вдоль нормали \vec{n} , выражение (3) можно представить в таком виде:

$$m\vec{U} - m\vec{V} = S\bar{n}, \quad (5)$$

где S — модуль вектора ударного импульса \bar{S} .

Запишем уравнение (5) в проекциях на оси $\bar{\tau}$ и \bar{n} . Будем иметь

$$\left. \begin{aligned} mU_{\tau} - mV_{\tau} &= 0, \\ mU_{\Pi} - mV_{\Pi} &= S, \end{aligned} \right\}$$

или

$$\left. \begin{aligned} U_{\tau} - V_{\tau} &= 0, \\ U_{\Pi} - V_{\Pi} &= \frac{1}{m}S. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Поскольку $\bar{V} = \bar{V}_{\Pi} + \bar{V}_M$, то, как видно из рис. 1, проекции векторов скоростей на оси $\bar{\tau}$ и \bar{n} будут равны

$$\left. \begin{aligned} V_{\tau} &= V_{\Pi} \sin \alpha, \quad V_{\Pi} = -(V_{\Pi} \cos \alpha + \omega\rho), \\ U_{\tau} &= U \sin \gamma, \quad U_{\Pi} = U \cos \gamma, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где α — угол между осью Oz и направлением бича в момент удара; γ — угол между вектором скорости \bar{U} после удара и нормалью \bar{n} .

Из первого уравнения системы (6) получаем

$$U_{\tau} = V_{\tau},$$

тогда, учитывая (7), будем иметь

$$U \sin \gamma = V_{\Pi} \sin \alpha,$$

откуда находим абсолютную скорость \bar{U} точки M после удара

$$U = V_{\Pi} \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}. \quad (8)$$

В соответствии с понятием коэффициента восстановления ε при ударе [12], можно записать

$$\varepsilon = \frac{U_{\Pi}}{|V_{\Pi}|} = \frac{U \cos \gamma}{V_{\Pi} \cos \alpha + \omega\rho}. \quad (9)$$

Подставим в (9) вместо U его значение, которое определено согласно выражению (8), имеем

$$\varepsilon = \frac{V_{\Pi} \sin \alpha}{V_{\Pi} \cos \alpha + \omega\rho} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (10)$$

Из выражения (10) находим

$$\operatorname{ctg} \gamma = \frac{(V_{\Pi} \cos \alpha + \omega\rho) \varepsilon}{V_{\Pi} \sin \alpha}, \quad (11)$$

тогда

$$\gamma = \operatorname{arccctg} \left[\frac{(V_{\Pi} \cos \alpha + \omega\rho) \varepsilon}{V_{\Pi} \sin \alpha} \right]. \quad (12)$$

Для вычисления модуля скорости U после удара воспользуемся тригонометрическим тождеством

$$\sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma}}. \quad (13)$$

Из равенства (8), учитывая (13), получаем

$$U = V_{\Pi} \sin \alpha \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma}. \quad (14)$$

Подставим в последнее выражение (14) вместо $\operatorname{ctg} \gamma$ его значение согласно выражению (11). Имеем

$$U = \sqrt{V_{\Pi}^2 \sin^2 \alpha + (V_{\Pi} \cos \alpha + \omega \rho)^2} \varepsilon^2. \quad (15)$$

Таким образом, получены значения модуля скорости U точки M бича после удара и угол отклонения γ вектора \bar{U} от нормали \bar{n} к поверхности головки корнеплода.

Определим далее ударный импульс S . Используя определение коэффициента восстановления при ударе ε , можно написать

$$U_{\Pi} = \varepsilon |V_{\Pi}|,$$

или

$$U_{\Pi} = -\varepsilon V_{\Pi}. \quad (16)$$

Подставив во второе уравнение системы (6) вместо U_{Π} его выражение согласно (16), получим

$$S = -m(1 + \varepsilon)V_{\Pi},$$

или, учитывая (7), окончательно найдем ударный импульс S

$$S = m(1 + \varepsilon)(V_{\Pi} \cos \alpha + \omega \rho). \quad (17)$$

После первой фазы (встречи бича с головкой корнеплода, или удара бича по головке корнеплода) наступает вторая фаза — фаза движения бича по головке корнеплода, во время которой и происходит основной процесс счесывания остатков с его головки. Для аналитического описания данного процесса необходимо составить дифференциальные уравнения движения точки K (произвольной точки бича, которая будет двигаться) — контакта бича по поверхности головки корнеплода.

Следует сразу заметить, что схема силового взаимодействия в точке контакта K при движении бича по поверхности головки корнеплода будет отличаться от схемы силового взаимодействия, которое происходит во время удара бича по головке корнеплода (рис. 2), поскольку в данном случае в указанной точке будет действовать фактически другая система сил.

Изобразим силовое взаимодействие бича с головкой корнеплода при выполнении основного процесса счесывания остатков, то есть при движении бича по поверхности головки корнеплода (рис. 3). В точке контакта K будут действовать следующие силы: \bar{F}_B — центробежная сила инерции, которая направлена вдоль радиуса OK вращения бича вокруг оси O ; \bar{G} — сила веса бича, которая направлена вертикально вниз; \bar{N} — нормальная реакция взаимодействия бича с головкой корнеплода, направленная вдоль нормали \bar{n} к головке корнеплода, проведенной через данное положение точки контакта; $\bar{F}_{\text{тр}}$ — сила трения, которая возникает при движении бича по головке корнеплода, направ-

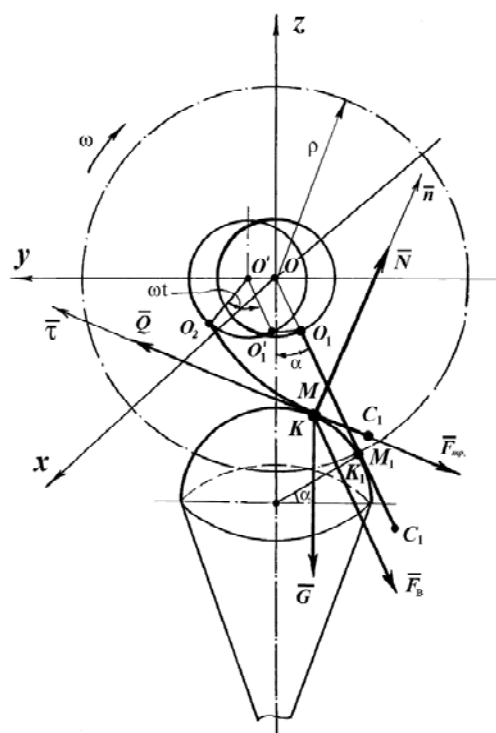


Рис. 3. Схема силового взаимодействия бича с головкой корнеплода в процессе счесывания остатков ботвы

ленная в сторону, противоположную направлению вектора абсолютной скорости точки M бича, которая совпадает с точкой контакта K ; \bar{Q} — сила счесывания остатков ботвы с поверхности головки корнеплода, которая направлена в сторону вектора абсолютной скорости точки M бича.

Найдем значения указанных сил. Для определения центробежной силы инерции \bar{F}_b в любой точке контакта K необходимо рассмотреть кинематику движения бича O_1C_1 по головке корнеплода после ударного контакта в точке K_1 . Поскольку удар происходит за очень маленький промежуток времени, то за момент удара бич фактически не осуществляет никакого перемещения по головке корнеплода. Поэтому за начальное положение бича на головке корнеплода после удара можно считать положение ударного контакта K_1 .

После удара изменилась лишь абсолютная скорость U бича, которая определена выше согласно выражению (15) и которая есть начальной скоростью движения бича после удара. Пусть M_1 — точка на биче, которая в начальный момент $t = 0$ после удара совпадает с точкой начального контакта K_1 . В этот момент бич O_1C_1 еще направлен вдоль радиуса ρ , поскольку выше рассматривался удар бича как абсолютно твердого тела.

Рассмотрим далее контакт бича с головкой корнеплода в точке K в любой момент времени t после удара. Совершенно очевидно, что за время t точка O оси вращения бича при поступательном движении очистителя переместится в точку O' , причем

$$OO' = V_{\text{п}}t. \quad (18)$$

Аналогично точка O_1 переместится в точку O'_1 при поступательном движении очистителя, причем $O_1O'_1 = OO'$ (рис. 3).

Тем не менее во вращательном движении бича вокруг оси O (O') точка O_1 (O'_1) повернется за время t на угол ωt (рис. 3). Таким образом, во вращательном движении точка подвеса бича O_1 (O'_1) опишет дугу $\overset{\cup}{O'_1O_2}$, которая будет равна

$$\overset{\cup}{O'_1O_2} = \omega r t. \quad (19)$$

Итак, в абсолютном движении точка O_1 подвеса бича сместится на величину

$$OO' + \overset{\cup}{O'_1O_2} = V_{\text{п}}t + \omega r t = (V_{\text{п}} + \omega r)t. \quad (20)$$

Поскольку считаем, что бич является сплошным нерастяжимым стержнем, то, вследствие перемещения точки подвеса O_1 на величину $(V_{\text{п}} + \omega r)t$, любая другая точка бича за промежуток времени t переместится тоже на эту же величину. Конечно, каждая точка бича движется по своей абсолютной траектории, которая может отличаться по форме от траекторий других точек бича, тем не менее вдоль своей траектории точка переместится на величину $(V_{\text{п}} + \omega r)t$.

Это основная часть перемещения точек бича, которая обусловлена кинематическими, геометрическими и конструктивными параметрами очистителя данного типа.

При этом точка M контакта бича с головкой корнеплода будет двигаться вдоль бича от точки M_1 к точке C_1 . Поскольку точка M принадлежит бичу, то перемещение ее за промежуток времени t также составляет $(V_{\text{п}} + \omega r)t$.

Если расстояние $M_1C_1 = l_1$ она проходит за время t_1 , то можно записать

$$l_1 = (V_{\text{п}} + \omega r)t_1, \quad (21)$$

откуда находим время контакта бича с головкой корнеплода

$$t_1 = \frac{l_1}{V_{\text{п}} + \omega r}. \quad (22)$$

Теперь проследим кинематику движения точки контакта K вдоль головки корнеплода. Очевидно, что основная часть перемещения точки контакта K происходит за счет поступательного движения очистителя. Благодаря поступательному движению очистителя бич словно наезжает на головку корнеплода, двигаясь по ней до тех пор, пока бич проскользнет по всей длине за счет вращательного движения или если ось вращения O сместится за границы расположения корнеплода. Конечно, некоторое перемещение точки K происходит за счет деформации изгиба бича, тем не менее оно является очень незначительным.

Поэтому в первом приближении можно считать, что перемещение точки контакта K за промежутки времени t будет равно

$$KK_1 \approx V_{\pi} t. \quad (23)$$

Данное выражение будет необходимо при определении центробежной силы инерции F_B точки M , которая действует на головку корнеплода в точке контакта K .

Из выражений (22) и (23) можно определить в первом приближении перемещение бича по головке корнеплода за время контакта t_1 , а именно

$$K_2K_1 \approx V_{\pi} \frac{l_1}{V_{\pi} + \omega r}. \quad (24)$$

Следует заметить, что приведенные кинематические зависимости довольно приближенно описывают процесс движения бича по головке корнеплода и найденные значения времени t_1 контакта бича с головкой корнеплода и перемещения l_1 бича по головке корнеплода являются также приближенными.

Для более точного исследования движения бича по головке корнеплода необходимо составить дифференциальные уравнения движения точки M по головке корнеплода, поскольку при таком исследовании учитываются силы, которые вызывают такое движение.

Следует заметить, что основную роль в формировании силы счесывания \bar{Q} играют центробежная сила инерции \bar{F}_B , сила тяги \bar{P} и вращательный момент бича $M_{об}$. Именно благодаря действию этих сил происходит прижимание бича к головке корнеплода и деформация изгиба бича. Действительно, сразу после удара центробежная сила инерции \bar{F}_B направлена вдоль бича и стремится выпрямить бич вдоль радиуса ρ . Если бы эта сила отсутствовала, то под действием поступательного движения очистителя и вращательного движения бича вокруг оси O бич при контакте с головкой корнеплода просто бы отклонился на некоторый угол в сторону, противоположную вращательному движению, и без всякого усилия проскользнул бы по головке корнеплода, не изменяя своей прямолинейной формы, поскольку точка его подвеса O_1 — шарнирная.

Однако под действием центробежной силы \bar{F}_B при наезде на головку корнеплода бич остается направленным вдоль радиуса ρ , а потому, вследствие дальнейшего поступательного и вращательного движений, бич проскользнет по головке корнеплода, испытывая при этом определенные деформации изгиба, которые создают усилие счесывания остатков ботвы.

Величина центробежной силы инерции \bar{F}_B в начальной точке контакта K_1 (точка M_1) будет равна

$$F_{B1} = m\omega^2\rho, \quad (25)$$

где m — масса бича.

Определим центробежную силу инерции \bar{F}_B точки M в любой точке K контакта бича с головкой корнеплода. Данная сила будет равна

$$F_B = m\omega^2 O'K, \quad (26)$$

где $O'K$ — расстояние от точки K до точки O' .

Как видно из схемы рис. 3, данное расстояние приблизительно будет равно

$$O'K \approx OK_1 - K_1K + OO', \quad (27)$$

где $OK_1 = \rho$.

Тогда, учитывая (18), (23) и (27), получаем:

$$O'K \approx \rho. \quad (28)$$

Таким образом, центробежная сила инерции \bar{F}_B в каждой точке контакта K приближенно остается постоянной по величине и направлению и будет равна

$$F_B \approx m\omega^2\rho. \quad (29)$$

При этом массу бича m считаем сосредоточенной в рабочей части бича. Центробежная сила инерции, которая возникает от вращения массы бича, сосредоточенной ближе к оси подвеса O_1 , вызовет натяжение бича и уравновешивается реакцией в шарнире O_1 .

Деформация изгиба бича возникает вследствие прижима бича в точке контакта K силами инерции \bar{F}_B и веса бича \bar{G} под действием тяговой силы \bar{P} поступательного движения очистителя и вращательного момента бича $M_{об}$.

Сила деформации изгиба будет равна силе счесывания \bar{Q} . Поскольку сила \bar{P} поступательного движения очистителя и вращательный момент бича $M_{об}$ входят в состав силы \bar{Q} , они на рис. 3 не показаны.

Сила трения, как известно, равна

$$F_{тр} = fN, \quad (30)$$

где f — коэффициент трения поверхности бича по поверхности головки корнеплода; N — нормальная реакция в точке контакта K бича с головкой корнеплода.

Таким образом, дифференциальное уравнение движения точки контакта K по головке корнеплода в векторной форме будет иметь такой вид:

$$m\bar{a} = \bar{F}_B + \bar{G} + \bar{N} + \bar{F}_{тр} + \bar{Q}, \quad (31)$$

где \bar{a} — абсолютное ускорение движения точки контакта K по головке корнеплода; m — масса бича.

Поскольку в данном случае имеет место плоская система сил, которая расположена в плоскости yOz , то дифференциальное уравнение движения (31) сводится к системе двух дифференциальных уравнений второго порядка следующего вида

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} &= F_{By} + G_y + N_y + F_{тpy} + Q_y, \\ m\ddot{z} &= F_{Bz} + G_z + N_z + F_{тpz} + Q_z, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где F_{By} , G_y , N_y , $F_{тpy}$, Q_y — проекции векторов сил \bar{F}_B , \bar{G} , \bar{N} , $\bar{F}_{тр}$, \bar{Q} на ось Oy соответственно; F_{Bz} , G_z , N_z , $F_{тpz}$, Q_z — проекции векторов упомянутых сил на ось Oz соответственно.

Учитывая значения проекций векторов сил, которые входят в систему дифференциальных уравнений (32), и выражения (29) и (30), упомянутая система уравнений приобретает такой вид

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} &= -m\omega^2\rho \sin \alpha + N \cos(y, \hat{N}) - fN \cos(\dot{y}, \hat{V}) + Q \cos(\dot{y}, \hat{V}), \\ m\ddot{z} &= -m\omega^2\rho \cos \alpha - mg + N \cos(z, \hat{N}) - fN \cos(\dot{z}, \hat{V}) + Q \cos(\dot{z}, \hat{V}), \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

где $\cos(y, \hat{N})$, $\cos(z, \hat{N})$ — направляющие косинусы вектора силы \bar{N} к осям Oy и Oz соответственно; $\cos(\dot{y}, \hat{V})$, $\cos(\dot{z}, \hat{V})$ — направляющие косинусы вектора скорости \bar{V} движения точки контакта K по головке корнеплода к осям Oy и Oz соответственно; \dot{y} , \dot{z} — проекции вектора скорости \bar{V} на оси координат Oy и Oz соответственно.

Из [13] известно, что упомянутые направляющие косинусы будут равны

$$\begin{aligned}\cos(y, \hat{N}) &= \frac{\partial f}{\partial y} \frac{1}{\Delta f}; \quad \cos(z, \hat{N}) = \frac{\partial f}{\partial z} \frac{1}{\Delta f}; \\ \cos(\dot{y}, \hat{V}) &= \frac{\dot{y}}{V}; \quad \cos(\dot{z}, \hat{V}) = \frac{\dot{z}}{V},\end{aligned}\tag{34}$$

где $f(y, z) = 0$ — уравнение связи (поверхности, по которой движется материальная точка); Δf — модуль градиента функции $f(y, z)$; V — модуль вектора скорости точки.

Поскольку вначале было принято, что головка корнеплода имеет сферическую форму, то уравнением связи является сфера, которая может быть представлена таким уравнением

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0,\tag{35}$$

где R — радиус сферической головки корнеплода.

Для плоскости yOz $x = 0$, и поэтому уравнение сферы (35) переходит в уравнение окружности

$$f(y, z) = y^2 + z^2 - R^2 = 0.\tag{36}$$

Согласно [13], модуль градиента функции и модуль скорости будут равны

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2},\tag{37}$$

$$V = \sqrt{\dot{y}^2 + \dot{z}^2}.\tag{38}$$

Подставив (34) в (33) и прибавив к системе дифференциальных уравнений (33) уравнение связи (36), получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned}m\ddot{y} &= -m\omega^2\rho \sin \alpha + \frac{N}{\Delta f} \frac{\partial f}{\partial y} - fN \frac{\dot{y}}{V} + Q \frac{\dot{y}}{V}, \\ m\ddot{z} &= -m\omega^2\rho \cos \alpha - mg + \frac{N}{\Delta f} \frac{\partial f}{\partial z} - fN \frac{\dot{z}}{V} + Q \frac{\dot{z}}{V}, \\ y^2 + z^2 - R^2 &= 0.\end{aligned}\right\}\tag{39}$$

Вычислим частные производные и градиент функции, которые входят в систему уравнений (39). Будем иметь:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y, \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 2z.\tag{40}$$

Тогда, согласно (37),

$$\Delta f = \sqrt{(2y)^2 + (2z)^2} = 2R.\tag{41}$$

Подставим выражения (40), (41) в (39). Тогда система дифференциальных уравнений (39) приобретает такой вид

$$\left. \begin{aligned}m\ddot{y} &= -m\omega^2\rho \sin \alpha + \frac{y}{R} N - fN \frac{\dot{y}}{V} + Q \frac{\dot{y}}{V}, \\ m\ddot{z} &= -m\omega^2\rho \cos \alpha - mg + \frac{z}{R} N - fN \frac{\dot{z}}{V} + Q \frac{\dot{z}}{V}, \\ y^2 + z^2 - R^2 &= 0.\end{aligned}\right\}\tag{42}$$

Система уравнений (42) представляет собой систему трех уравнений с тремя неизвестными y , z и N . Поэтому она является определенной и имеет единственное решение.

Применяя метод, предложенный в [13], исключим из системы уравнений (42) неизвестные величины N и z , сведя таким образом данную систему до одного дифференциального уравнения с одной неизвестной функцией $y(t)$.

В результате получим следующее дифференциальное уравнение:

$$m\ddot{y} = -m\omega^2\rho \sin \alpha + \left(\frac{y}{R} - \frac{f \dot{y}\sqrt{R^2 - y^2}}{\sqrt{(R^2 - y^2) \dot{y}^2 + (y\dot{y})^2}} \right) \times \\ \times \left\{ m\omega^2\rho \left(y \sin \alpha + \sqrt{R^2 - y^2} \cdot \cos \alpha \right) + mg \sqrt{R^2 - y^2} - \right. \\ \left. - \frac{m \left[(R^2 - y^2) \dot{y}^2 + (y\dot{y})^2 \right]}{R^2 - y^2} \right\} \left\{ \frac{1}{R} + Q \frac{\dot{y}\sqrt{R^2 - y^2}}{\sqrt{(R^2 - y^2) \dot{y}^2 + (y\dot{y})^2}} \right\}. \quad (43)$$

При этом нормальная реакция N поверхности головки корнеплода находится из выражения

$$N = \frac{1}{R} \left[m\omega^2\rho (y \sin \alpha + z \cos \alpha) + mgz - mV^2 \right], \quad (44)$$

где

$$V^2 = \dot{y}^2 + \frac{(y\dot{y})^2}{R^2 - y^2}. \quad (45)$$

Таким образом, получено дифференциальное уравнение второго порядка, в котором неизвестной является лишь одна функция y , то есть получено дифференциальное уравнение в так называемой нормальной форме, поскольку высшая производная выражается через низшие производные и искомую функцию.

Неизвестную силу Q , которая входит в уравнение (43), нужно находить из условий осуществления процесса счесывания остатков ботвы с головки корнеплода при необходимой деформации изгиба бича.

Поэтому для решения данного уравнения нужно сначала найти силу Q или выразить ее через известные величины.

Поскольку уравнение (43) является нелинейным, то его можно решить лишь численными методами на персональном компьютере при заданных начальных условиях.

Найдем такие условия. Начальной скоростью точки K_1 контакта бича с головкой корнеплода будет абсолютная скорость точки M_1 бича после удара, поскольку в этот момент точка M_1 совпадает с точкой K_1 . Итак, $\vec{V}_0 = \vec{U}$, тогда, как видно из рис. 1,

$$\dot{y}_0 = U \sin \gamma \sin \alpha - U \cos \gamma \cos \alpha. \quad (46)$$

Таким образом, начальные условия для дифференциального уравнения (43) имеют такой вид:

при $t = 0$

$$y_0 = -R \cos \alpha, \\ \dot{y}_0 = U \sin \gamma \sin \alpha - U \cos \gamma \cos \alpha, \quad (47)$$

где U определяется согласно выражению (15), а γ — согласно выражению (12).

Дифференциальное уравнение движения точки K в проекции на ось Oz можно найти аналогичными преобразованиями, тем не менее в этом нет необходимости, поскольку, зная y и \dot{y} , из уравнения (46) можно определить z и \dot{z} .

Литература

1. Погорелый Л. В. Исследование и разработка технологического процесса отделения ботвы от корней сахарной свеклы: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1964.
2. Огуречников Н. А. Изыскание, исследование и обоснование технологического процесса и рабочих органов для очистки головок сахарной свеклы: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Мн., 1977.
3. Ярошовец В. Р. Классификация рабочих органов для очистки головок корнеплодов сахарной свеклы от остатков ботвы // Резервы повышения урожайности и качества сахарной свеклы: Матер. науч. конф. ВНИС. Киев, 1980. С. 241—245.
4. Мишин М. А. Исследование и обоснование рабочих органов для доочистки головок корней сахарной свеклы от остатков ботвы: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1981.
5. Свеклоуборочные машины (Конструирование и расчет) / Под общ. ред. Л. В. Погорелого. Киев, 1983.
6. Хелемендик Н. М. Повышение механико-технологической эффективности трудоемких процессов в свекловодстве: Автореф. дис. ... д-ра. техн. наук. Тернополь, 1996.
7. Гурченко О. П. Обоснование основных параметров лопастного очистителя головок свеклы от остатков ботвы / Сельскохозяйственные машины: Сб. науч. ст. Вып. 3. Луцк, 1997. С. 30—37.
8. Гурченко А. П., Ореховский В. Д., Березовый Н. Г. Теоретическое обоснование параметров лопастного очистителя головок корнеплодов свеклы от ботвы: Сб. науч. тр. НАУ «Механизация сельскохозяйственного производства». Т. VII. Киев, 2000. С. 279—285.
9. Булгаков В. М., Головач И. В. Теория очистки головок корнеплодов очистителем с вертикальной осью вращения: Сб. науч. тр. КМТИ «Механизация производственных процессов рыбного хозяйства, промышленных и аграрных предприятий». Вып. 4. Керчь, 2002. С. 209—226.
10. Хелемендик Н. М. Направления и методы разработки рабочих органов сельскохозяйственных машин. Киев, 2001.
11. Погорелый М. Л. Повышение технологической эффективности свеклоуборочных машин: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 2001.
12. Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. Т. 2. М., 1985.
13. Василенко П. М. Введение в земледельческую механику. Киев, 1996.

BULGAKOV V., HOLOVACH I.

THEORY OF CLEANING OF HEADS OF STANDING ROOT CROPS BY A FLEXIBLE BLADE

Summary

New theory of interaction of a root cleaner with a surface of heads of root crop during its cleaning when they are not cutting down has been proposed. It has been considered a case when plane of rotation of a cleaner is located strictly along rows of the root crops.