

ISSN 1817-7204 (print.)

**ЗЕМЛЯРОБСТВА І РАСЛІНАВОДСТВА**  
**AGRICULTURE AND PLANT CULTIVATION**

УДК 633/635:631.559(476)

Поступила в редакцию 07.06.2016  
Received 07.06.2016**А. П. Лихацевич***Институт мелиорации, Минск, Беларусь, e-mail: niimel@mail.ru*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕГУЛИРУЕМЫХ ФАКТОРОВ СРЕДЫ  
НА УРОЖАЙНОСТЬ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР**

Предложена математическая модель влияния регулируемых факторов внешней среды на урожайность сельскохозяйственных культур, которая в отличие от эмпирических формул, не имеющих физической основы, базируется на реальных, установленных опытным путем физических закономерностях, что приближает ее к классу балансовых. Для практического применения предложенной модели необходимо знать максимальную урожайность, формирующуюся при оптимальных уровнях питания и увлажнения растений. Значения всех опорных показателей модели (оптимальных влагозапасов почвы, при которых формируется максимальный урожай, и биологического минимума почвенных влагозапасов, при которых формирование урожая прекращается) устанавливаются по результатам полевого эксперимента. Оптимальные и минимально возможные уровни питания и увлажнения, которые обеспечивают формирование урожая, задают границы определения (диапазон применения) расчетных зависимостей. Опорные показатели зафиксированы на уровне средних за вегетацию, что позволило исключить их зависимость от фактора времени. Кроме того, в модели учтена пропорциональность связи между транспирацией и урожайностью и установлено, что в отличие от биологического минимума содержания почвенной влаги, имеющего вполне реальное значение, отличное от нуля, биологический минимум пищевого режима, при котором формирование урожая прекращается, в частных решениях можно приравнять нулю. Показано, что значение максимальной урожайности культуры можно задавать только с некоторой долей вероятности, поскольку на нее влияют не учтенные расчетной формулой нерегулируемые факторы внешней среды. Уровень максимальной урожайности колеблется по годам в зависимости от степени благоприятности этих условий, среди которых наиболее значимым является фактор, лимитирующий урожай (находящийся в минимуме). Проверка адекватности модели выполнена путем сравнения результатов вычислений по ней и аналогичных результатов, полученных по эмпирическим зависимостям, предложенных разными авторами. Результаты сравнения подтвердили, что предложенная модель влияния пищевого и водного режимов на урожайность объединяет разнотипные эмпирические формулы (с коэффициентами детерминации 0,86–0,96).

*Ключевые слова:* математическое моделирование, регулируемые факторы среды обитания растений, пищевой режим, уровень увлажнения почвы, урожайность.

**A. P. Likhatchevich***The institute of Melioration, Minsk, Belarus, e-mail: niimel@mail.ru*

**MODELING THE EFFECT OF CONTROLLED ENVIRONMENTAL FACTORS ON CROP YIELD**

A mathematical model of effect of the controlled environmental factors on crop yield is proposed, which in contrast to empirical formulas that have no physical basis, is based on real, experimentally determined physical laws, which makes it closer to the balance class. It is necessary to know the maximum yield that is formed under perfect levels of nutrition and moistening of plants for the practical application of the proposed model. The values of all the reference model parameters (optimal soil moisture content, when maximum yield and biological minimum of soil moisture content is ensured, resulting in stop of the crop training) are set according to the results of field experiment. The perfect and as low as practicable levels of nutrition and moistening, that ensure crop training, determine the limits for calculating (application range) dependences. The supporting values are determined at the average level during the vegetation period, which allowed to eliminate the time factor dependence. In addition, the model considers proportionality of correlation between transpiration and productivity,

and it is determined that in contrast to the biological minimum for the soil moisture content, that has quite a real value, other than zero, the biological minimum of the food regime when the crop training is stopped, in particular can be equated to zero. It is shown that the maximum yield value of crop can only be set with a certain degree of probability, since it is affected by unregulated environmental factors unrecorded by calculation formula. The level of maximum yield varies from year to year depending on degree of favorability of such conditions, with the most significant factor limiting the crop (at the minimum point). The model adequacy test is carried out by comparing the results of calculations and similar results obtained by empirical dependencies, proposed by different authors. Comparison results confirmed that the proposed model of effect of nutrition and water regimes on crop yield combines different empirical formulae (with determination ratio of 0.86–0.96).

*Keywords:* mathematical modeling, controlled plant environment factors, nutrition regime, soil moisture content, crop yield.

**Введение.** Эффективность решения практических задач прогнозирования и оптимального управления, в том числе и в сельском хозяйстве, может быть повышена с использованием математического моделирования технологических процессов. Вместе с тем, практический опыт показывает, что математические модели как средство, облегчающее выработку лучших плановых решений, например, в растениеводстве, будут применяться на практике только в том случае, если внедрение их не связано с необходимостью введения трудоемких операций и не вызывает дополнительных трудностей в работе специалистов сельского хозяйства [1, с. 45]. Вероятно, именно поэтому до настоящего времени не получили практического завершения предложения по созданию информационной системы поддержки принятия решений, предназначенные для планирования и оптимизации управления системами земледелия на основе учета влияния факторов внешней среды на урожай сельскохозяйственных культур [2–4 и др.]. Основной причиной возникающих трудностей является то, что в задачах, связанных с управлением производственным процессом, «наиболее проблемным является получение многофакторной зависимости урожайности от урожаяобразующих факторов» [3].

Согласно широко распространенному мнению [4], «...получение зависимостей урожайности сельскохозяйственных культур от урожаяобразующих факторов может осуществляться двумя кардинально различающимися подходами: *теоретическим*, основывающимся на использовании феноменологических моделей физико-биохимических процессов метаболизма факторов жизни в отдельном растении во взаимосвязи сообщества растений с сорняками и вредителями на протяжении периода вегетации... и *эмпирическим*, основывающимся на формальной аппроксимации зависимости урожайности от урожаяобразующих факторов произвольно выбираемого вида функцией...» При этом, по мнению [3], к физическим (теоретическим) моделям урожайности можно относить только те, которые являются моделями балансового типа и основаны на учете основополагающих физических законов сохранения массы и энергии.

Вместе с тем, многолетний опыт математического моделирования показывает, что строгое математическое описание сложного взаимодействия растений с внешней средой, основанное на использовании физических законов сохранения массы и энергии, невозможно без использования упрощений, допущений, ограничений, осреднений и т. п. Кроме того, большие сложности возникают при доведении таких моделей до практической реализации, поскольку этот процесс «...к сожалению, ограничивается возможностью получения для реальных полевых условий информационного обеспечения, необходимого для идентификации нескольких десятков входящих в них коэффициентов» [3]. Под идентификацией понимается эмпирическая интерпретация введенных в расчетные формулы коэффициентов по данным полевого эксперимента. Поэтому в конечном итоге точность расчетов по теоретическим моделям не может превысить точности результата, полученного с помощью грубой эмпирической аппроксимации. Некоторым утешением в таком моделировании может быть опыт субъекта моделирования и его талант предвидения ожидаемого результата. Но в формальном тиражировании подобных моделей по-прежнему существует непреодолимое препятствие [1], следствием которого является то, что до настоящего времени предложения по моделированию, разрабатываемые с 70-х гг. XX века, не доведены до практической реализации, в связи с чем игнорируются не только специалистами-аграриями, но и научными работниками, исследующими влияние факторов среды на урожайность сельскохозяйственных культур.

Подобный уровень обобщения результатов полевых исследований является установившейся многолетней традицией для Беларуси, Российской Федерации и других постсоветских республик. Такой же уровень обработки данных полевого эксперимента имеет место и в открытых публикациях дальнего зарубежья. Явным приоритетом по-прежнему пользуются произвольные эмпирические зависимости, которые, как справедливо указано в [4], при любом коэффициенте детерминации не являются действительными моделями урожайности, поскольку не имеют физического смысла, а представляют собой лишь формальное сглаживание данных конкретного эксперимента. Для подтверждения данного вывода приведем известные нам эмпирические уравнения разных авторов, предложенные в последнее десятилетие для аппроксимации связи урожая с регулируемые факторами внешней среды.

**Эмпирические зависимости, предлагаемые для аппроксимации данных полевых опытов.**

По данным полевых исследований продуктивности сладкого перца, возделываемого на орошаемых светло-каштановых почвах в Волгоградской области Российской Федерации, в 2007 г. предложена эмпирическая зависимость его урожайности от уровня предполивной влажности и суммарной дозы вносимых удобрений [5]:

$$Y_{\text{п}} = 211,5 + 5,89W_{\text{пп}} - 0,04W_{\text{пп}}^2 + 0,03F - 0,0000387F^2 + 0,000465W_{\text{пп}}F, \quad (1)$$

где  $Y_{\text{п}}$  – урожайность сладкого перца, т/га;  $W_{\text{пп}}$  – уровень предполивной влажности почвы, % от наименьшей влагоемкости (НВ);  $F$  – суммарная доза удобрений (NPK), кг д.в/га.

Авторы не приводят крайние значения аргументов, по которым выполнена статистическая обработка опытных данных и получена зависимость (1). Не многие исследователи-аграрии обращают внимание на этот важный вопрос – указание области получения/применения разрабатываемых эмпирических формул, но интересующие нас границы можно установить косвенным путем по материалам статьи [5]. Функция (1) справедлива в области  $65\% < W_{\text{пп}} < 85\%$  при  $100 \text{ кг д.в/га} < F < 700 \text{ кг д.в/га}$ . Коэффициент детерминации (1) составляет 0,81.

По результатам другого полевого опыта, проведенного в 2005–2007 гг. в тех же условиях, предложены подобные зависимости для огурца [6]:

$$Y_{\text{ор1}} = -312,8 + 7,767W_{\text{пп}} + 0,011W_{\text{пп}}F - 0,050W_{\text{пп}}^2 - 0,003F^2, \quad (2)$$

$$Y_{\text{ор2}} = -328,4 + 8,138W_{\text{пп}} + 0,012W_{\text{пп}}N - 0,052W_{\text{пп}}^2 - 0,003N^2, \quad (3)$$

где  $Y_{\text{ор1}}$  – урожайность стандартных плодов огурца при обычной агротехнике возделывания, т/га;  $Y_{\text{ор2}}$  – урожайность стандартных плодов огурца при полосовом внесении соломы в увлажняемую зону, т/га;  $W_{\text{пп}}$  – уровень предполивной влажности почвы, % от НВ;  $N$  – доза внесения элемента (азота), содержание которого в почве лимитирует повышение урожайности, кг д.в/га.

Коэффициенты детерминации (2) и (3) колеблются в пределах 0,93–0,95. Уравнения (2) и (3) могут применяться в границах  $70\% < W_{\text{пп}} < 90\%$  при  $65 \text{ кг д.в/га} < N < 145 \text{ кг д.в/га}$ .

В 2005–2008 гг. в Волгоградской области выполнены полевые исследования, целью которых являлось совершенствование агротехники выращивания баклажан на среднесуглинистых светло-каштановых почвах при капельном орошении. Авторы установили, что «...изменение урожайности подчиняется нелинейному закону и наиболее достоверно описывается уравнением регрессии следующей формы» [7]:

$$Y_6 = -294,6 + 0,65N + \frac{48894,9}{W_{\text{пп}}} - 0,0007N^2 - \frac{1929690}{W_{\text{пп}}^2} - \frac{21,1N}{W_{\text{пп}}}, \quad (4)$$

где  $Y_6$  – урожайность баклажан при возделывании в ранней культуре с использованием тоннельных укрытий, т/га;  $N$  – доза внесения азота, кг д.в/га;  $W_{\text{пп}}$  – уровень предполивной влажности почвы, % от НВ.

Коэффициент детерминации зависимости (4) равен 0,91, что, как утверждает автор, позволяет использовать ее в оптимизационных расчетах. Уравнение (4) действительно в границах  $70\% < W_{\text{пп}} < 90\%$  при  $100 \text{ кг д.в/га} < N < 220 \text{ кг д.в/га}$ .

С помощью регрессионного анализа данных полевого опыта, проведенного в 2008–2010 гг. в тех же условиях, получена эмпирическая зависимость для рассадного лука [8]:

$$Y_n = \frac{8,4 + 0,036N - 0,00016N^2 - 0,055W_{\text{III}}}{1 - 0,0004N - 0,019W_{\text{III}} + 0,0001W_{\text{III}}^2}, \quad (5)$$

где  $Y_n$  – урожайность рассадного лука, т/га;  $N$  – доза внесения минерального азота как элемента, лимитирующего урожайность на малоплодородных светло-каштановых почвах Нижнего Поволжья, кг д.в/га;  $W_{\text{III}}$  – уровень предполивной влажности почвы, % от НВ.

Уравнение (5) справедливо в границах  $70\% < W_{\text{III}} < 90\%$  при  $50 \text{ кг д.в/га} < N < 220 \text{ кг д.в/га}$ . Коэффициент детерминации (5) составляет 0,89.

Достаточно высокие коэффициенты детерминации являются достоинством приведенных выше эмпирических формул. Однако отсутствие физического обоснования и вызванный этим «разнобой» в их структуре показывает отсутствие у исследователей какой-либо объединяющей идеи при формировании расчетных формул подобного типа. Этому можно найти оправдание. Как утверждается в работе [2], «...зависимость  $Y = f(\Pi)$  (где  $Y$  – урожайность культуры, а  $\Pi$  – параметры, под которыми понимаются дозы удобрений, средств защиты, параметры мелиоративных систем и т. д.) может быть получена исключительно путем идентификации произвольно постулированного полинома (алгебраического, степени обычно не выше 2, или любого другого вида) по результатам натурных данных: по урожаяобразующим факторам и соответствующего им урожая за ряд лет по каждому полю...».

Исходя из [2], целью исследований зависимости урожайности от урожаяобразующих факторов является получение произвольно постулированных полиномов (алгебраических, степени обычно не выше 2, или любого другого вида). Выше приведено пять таких полиномов. Но что далее с этими полиномами делать? Это явно «сизифов труд», учитывая полную неопределенность методики дальнейшей обработки опытных данных.

Относительно ожидаемого результата можно однозначно утверждать, что «овчинка не стоит выделки» (см. первый абзац статьи). На наш взгляд, необходимо завершить разработку более доступной для практического использования объединяющей идеи в виде алгоритма (методики) обработки данных таких опытов, тем более что недостатка в подобных идеях нет.

**Методы и модели.** Еще в 1973 г. известными российскими учеными в основе построения зависимости урожайности от любого фактора жизни растений предлагалось использовать дифференциальное уравнение следующего вида [9]:

$$\frac{dU}{d\varphi} = f[U(\varphi_{\text{opt}} - \varphi)], \quad (6)$$

где  $U$  – показатель жизнедеятельности растений;  $\varphi$  – значение рассматриваемого фактора влияния;  $\varphi_{\text{opt}}$  – его оптимальное значение, при котором показатель жизнедеятельности растения максимален.

Уравнение (6) записано для какого-то момента времени. Конечный урожай, по мнению авторов, можно получить, суммируя показатели жизнедеятельности растений за весь период вегетации.

В 1976 г. было опубликовано методическое пособие [10], в котором предложено совместное влияние температуры воздуха и осадков на формирование урожая основных зерновых культур оценивать за весь вегетационный период с помощью формулы

$$S(T, R) = \frac{Y}{Y_{\text{max}}} = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i(T, R) \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i}, \quad (7)$$

где  $S(T, R)$  – суммарный совместный коэффициент продуктивности за  $N$  периодов (фаз развития, месяцев) вегетационного цикла;  $Y$  – фактический урожай культуры;  $Y_{\text{max}}$  – максимальный урожай культуры, достижимый при оптимальном сочетании осадков и температуры воздуха;  $\eta_i(T, R)$  – коэффициент продуктивности за  $i$ -й период;  $T$  – средняя за период температура воздуха;  $R$  – суммарное за период количество осадков;  $N$  – число периодов в вегетационном цикле;  $\alpha_i$  – весовой коэффициент, учитывающий вклад  $i$ -го периода вегетационного цикла в урожайность.

Совместное влияние температуры воздуха и осадков на формирование урожайности в любой период вегетационного цикла оценивается как произведение соответствующих коэффициентов продуктивности [10]:

$$\eta(T, R) = \exp \left[ -b \left( \frac{T - T_{\text{opt}}}{10} \right)^2 \right] \left( 1 + \frac{R - R_{\text{opt}}}{R_{\text{opt}} - R_{\text{min}}} \right)^{b_1} \left( 1 - \frac{R - R_{\text{opt}}}{R_{\text{max}} - R_{\text{opt}}} \right)^{b_2}, \quad (8)$$

где  $T_{\text{opt}}$  – оптимальная в данном периоде температура воздуха;  $R_{\text{opt}}$  – оптимальная в данном периоде сумма осадков;  $R_{\text{min}}$  – биологический минимум осадков;  $R_{\text{max}}$  – их максимум;  $b, b_1, b_2$  – эмпирические параметры.

В работе В. П. Дмитренко [10] приводятся таблицы и номограммы, позволяющие определять значения параметров расчетных формул (7), (8) и коэффициенты продуктивности для озимой пшеницы, ярового ячменя, кукурузы раннеспелой, среднеспелой и позднеспелой, возделываемых в условиях Украины, а также рассмотрены конкретные примеры использования предложенной методики на практике.

В 1977 г. опубликована модель формирования урожая, построенная на базе теории энерго- и массообмена растительного сообщества с окружающей средой. В основу модели, как пишет автор, «...положено известное соотношение между поглощением растением углекислого газа из воздуха в процессе фотосинтеза и приростом общей биомассы» [11]

$$dy = k q dt, \quad (9)$$

где  $dy$  – приращение биомассы;  $k$  – отношение вновь образованного в растении сухого вещества к поглощенному углекислому газу;  $q$  – интенсивность поглощения углекислого газа;  $dt$  – приращение времени.

Решение дифференциального уравнения (9) выполнено автором с применением многочисленных упрощений, эмпирических интерпретаций и допущений. В конце статьи автор указывает, что «для использования предложенной модели в целях оперативного управления комплексом факторов жизни растений необходимо измерять температуру и влажность воздуха на высоте 0,5 и 2,0 м над растительным покровом, радиационный баланс, суммарную солнечную радиацию, поток тепла в почву, испарение с поверхности почвы, температуру и влажность почвы, содержание элементов питания в листьях» [11]. Ясно, что проведение подобных регулярных измерений в течение вегетации весьма трудоемко и практически нереально.

Известна также разработка 1977 г., в которой приведен общий вид зависимости, учитывающей как известные закономерности, так и гипотетические представления по взаимодействию конкретного растения с меняющимися условиями среды обитания в процессе роста. Общий ход нарастания массы растения устанавливался путем «...последовательного суммирования приростов во времени с итерацией значений внутри каждого расчетного интервала времени» [12]. Численная реализация модели была осуществлена для многолетних трав с учетом конкретной обстановки, складывающейся в течение 1962–1968 гг. на полях Минской болотной станции. Выполненные расчеты показали, что «...разработанная модель в основном правильно учитывает главные факторы внешней среды, формирующие урожай: ход поступления фотосинтетически активной радиации (ФАР) в период вегетации, динамику влажности почвы и температурный режим воздуха. Поэтому полученная модель может служить основой для разработки способов расчета урожая для всех сельскохозяйственных культур, используя для этого соответствующие зависимости по степени поглощения ФАР и зависимости коэффициентов оптимальности от влажности почвы и температуры воздуха» [12]. Однако автор в дальнейшем не развил свои идеи до реализации конкретной математической модели.

В 1990 г. в справочном пособии [13] опубликована обобщающая формула, предназначенная для учета влияния факторов жизни растений на урожай:

$$Y = Y_{\text{max}} \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \left( 1 - \frac{f_i}{f_{\text{opt}}} \right)^2 \right], \quad (10)$$

где  $n$  – число факторов, влияющих на урожай;  $\frac{f_i}{f_{\text{opt}}}$  – относительная величина  $i$ -го фактора (отношение фактической его величины к оптимальной).

Применение уравнения (10) в практических расчетах не требует учета динамичности условий внешней среды. В вычислениях используются только средние значения урожаяобразующих факторов за вегетационный цикл (в формуле отсутствует фактор времени), что существенно упрощает прогноз ожидаемой урожайности по планируемым ресурсам, например, по вносимым удобрениям или по почвенным влагозапасам, поддерживаемым с помощью орошения на заданном уровне. Однако, несмотря на простоту модели (10) и последующие попытки ее обоснования и тиражирования [14–16 и др.], формула (10) до настоящего времени не используется при статистической обработке опытных данных по урожайности. Об этом свидетельствуют более поздние работы ученых-аграриев, прокомментированные выше [2–8].

Исследование влияния лимитирующих урожаяобразующих факторов на урожайность культур позволили также предложить подобную формулу, опубликованную в 1997 г. [17],

$$Y = Y_{\max} \exp \left[ -4,5 \left( 1 - \frac{f}{f_{\text{opt}}} \right)^2 \right]. \quad (11)$$

По утверждению автора [17], результаты расчета по формуле (11) дают ошибку, не превышающую в среднем 3,6 %. Однако и этот уникальный результат не получил дальнейшего практического применения.

В 2007 г. в «...качестве модели урожайности предложена упрощенная зависимость, в которой развитие растения задается через индекс листовой поверхности, высоту растения и глубину корнеобитаемого слоя как линейные по времени функции фазы развития растений» [18]. Расчет урожайности рекомендуется производить по обобщающей формуле

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \prod_{i=1}^N \left[ 1 - k_{yi} \left( 1 - \frac{E_i}{E_{\max_i}} \right) \right], \quad (12)$$

где  $i$  – фаза развития растения;  $N$  – число фаз развития;  $k_{yi}$  – коэффициент, названный фактором урожайности в  $i$ -ю фазу развития;  $E_i$  – фактическое суммарное водопотребление в  $i$ -ю фазу развития;  $E_{\max_i}$  – максимальное суммарное водопотребление в  $i$ -ю фазу развития.

В качестве основной причины упрощения структуры модели до формулы (12) указано, что хотя и «...существуют более сложные и точные модели роста и развития растений, ... но более сложные модели требуют большего количества труднополучаемой исходной информации и иногда могут давать физически невозможные результаты» [18]. Этот вывод получен после детального анализа разработанных в последние годы моделей продукционного процесса как российского, так и зарубежного авторства.

Однако пример реализации модели (12) на конкретном участке, результаты которого приведены в [18], показывает, что урожай стремится к нулю только при полной сработке почвенных влагозапасов, т. е.

$$\lim_{W \rightarrow 0} \frac{Y}{Y_{\max}} = 0,$$

где  $W$  – влагозапасы, содержащиеся в почве.

Подобный результат противоречит давно установленной в опытах закономерности, определяющей нулевую урожайность при снижении почвенных влагозапасов только до уровня так называемой «влажности завядания», которая значительно выше нуля. Это свидетельствует о том, что модель (12) имеет существенные ограничения в области определения. Кроме того, пользование линейным уравнением (12) подразумевает знание связей фактического и максимального суммарного водопотребления с пищевым и водным режимами, но форма этих зависимостей автором не раскрывается, что затрудняет практическое использование модели.

Таким образом, из известных моделей только обобщающие формулы (10), (11), приведенные в работе [10], могут быть реально использованы на практике. Вместе с тем, громоздкость вычислений по (7), (8), базирующихся на учете динамичности урожаяобразующих факторов в течение вегетации, является труднопреодолимым барьером, тормозящим до настоящего времени моде-

лирование урожайности на основе [10] и использование подобных рекомендаций, учитывающих фактор времени.

Можно сделать вывод, что хотя управление продукционным процессом, основанное на постоянном контроле динамики урожаеобразующих факторов, представляет, безусловно, научный и практический интерес, но в обозримой перспективе оно трудноосуществимо по банальной причине сложности и невысокой точности динамического имитационного моделирования нарастания биомассы растений в процессе конкретной вегетации и определении ее связи с конечной урожайностью. Не случайно все предлагающиеся эмпирические формулы вида (1)–(5), (10) и (11) не содержат в своей структуре фактора времени, учитывая объективные сложности в управлении сельскохозяйственными технологиями на основе постоянного контроля динамики урожаеобразующих факторов.

На основании выполненного выше обзора считаем, что выработку плановых и технологических решений в растениеводстве несравненно проще базировать не на теоретическом (под которым понимаются модели балансового типа), а на так называемом механистическом (объяснительном, структурном) моделировании [1, с. 45–57]. Подобные модели являются чем-то средним между теоретическими, основанными на физических законах сохранения, и эмпирическими, использующими кибернетический метод «черного ящика». В свою очередь, в отличие от грубой эмпирики типа (1)–(5), не имеющей физической основы, структурные модели базируются на реальных, установленных опытным путем физических закономерностях, что приближает их к классу балансовых. По точности прогноза такие модели не уступают ни строгим теоретическим, ни эмпирическим, существенно превосходя последние по общности и области определения (использования). В работах [1, 19] рассматриваются принципы механистического моделирования в земледелии, используем их для разработки структурной модели влияния факторов среды на урожайность.

**Объекты и методы исследования.** Ограничим число рассматриваемых факторов среды. В качестве примера рассмотрим влияние только водного режима почвы на урожай (в условиях орошения) при фиксированном количестве потребляемой пищи. Прежде всего сформулируем постановку задачи в общем виде: *интенсивность накопления урожая является функцией потребления почвенной влаги, а потребляемая влага и количество потребляемой пищи также функционально связаны между собой и изменяются во времени.*

Согласно приведенной формулировке, основная зависимость будет включать три переменные (урожай, фактор времени, количество потребляемой растениями почвенной влаги) при фиксированном количестве потребляемой пищи. Представленный «портрет» взаимосвязи, согласно методике системного анализа окружающей среды [19], можно выразить функцией

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_F = \frac{dY}{dW} \left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_F, \quad (13)$$

где  $\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_F$  – интенсивность нарастания урожая (во времени) при изменении потребления почвенной влаги и фиксированном количестве потребляемой пищи;  $\frac{dY}{dW}$  – приращение нарастания урожая в зависимости от приращения потребления почвенной влаги;  $\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_F$  – интенсивность (изменение во времени) потребления растениями почвенной влаги при фиксированном количестве потребляемой пищи;  $Y$  – ожидаемый урожай;  $t$  – фактор времени;  $F$  – потребляемая растениями пища;  $W$  – потребляемая растениями почвенная влага.

Поскольку растения накладывают двустороннее ограничение (по минимуму и максимуму) на наличие каждого фактора, упростим задачу и рассмотрим только восходящую, наиболее интересующую нас часть функции (13). Этот диапазон условий среды наиболее представительен, например, при направленном регулировании пищевого и водного режимов растений при их орошении.

С использованием установленных на практике закономерностей определим структуру составных элементов уравнения (13). Прежде всего заметим, что в зависимостях формирования урожайности, приведенных в предложениях [5], в пособии [6] и в других работах, присутствует как основной аргумент отклонение фактического значения фактора среды (температуры воздуха,

осадков и др.) от его оптимума, что подтверждает значимость величины данного отклонения в формировании урожая. Кроме использования данного отклонения при построении зависимостей будем опираться на установленные опытным путем факты [2–8]:

- 1) растения являются системой с памятью, т. е. прирост урожая в текущий момент времени зависит от условий его формирования в предыдущие периоды;
- 2) если условия среды находятся в оптимуме, то растения образуют максимум урожая;
- 3) с приближением условий среды к оптимуму интенсивность нарастания урожая замедляется;
- 4) интенсивность потребления почвенной влаги растениями возрастает с ускорением при повышении ее содержания сверх биологического минимума, при котором формирование урожая прекращается.

С учетом вышесказанного, с соблюдением размерностей, выраженные в частных производных зависимости в (13) могут быть представлены в виде простейших функций

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_F = \frac{a_Y Y}{f_Y(t)} \left(\frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}}\right), \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_F = \frac{a_W}{f_W(t)} \frac{(W - W_{\text{min}})^2}{(W_{\text{opt}} - W_{\text{min}})}, \quad (15)$$

где  $a_Y$ ,  $a_W$  – весовые коэффициенты, учитывающие вклад поглощаемой растениями влаги в образование и накопление урожая;  $f_Y(t)$ ,  $f_W(t)$  – функции времени;  $W_{\text{opt}}$  – оптимальные влагозапасы почвы, при которых в текущий момент времени формируется максимальный урожай;  $W$  – текущие влагозапасы почвы;  $W_{\text{min}}$  – биологический минимум почвенных влагозапасов, при которых формирование урожая прекращается.

Подставив выражения (14) и (15) в исходное уравнение (13), получим

$$\frac{dY}{dW} = Y \frac{a_Y f_W(t)}{a_W f_Y(t)} \frac{W_{\text{opt}} - W}{(W - W_{\text{min}})^2}. \quad (16)$$

Упростим функциональную зависимость (16), зафиксировав значения ее опорных показателей (оптимальных влагозапасов почвы, при которых в текущий момент времени формируется максимальный урожай, и биологического минимума почвенных влагозапасов, при которых формирование урожая прекращается) на уровне средних за вегетацию, тем самым исключив их зависимость от фактора времени. Подобное допущение не противоречит постулатам теории орошаемого земледелия.

Следующее допущение основано на том, что более 95 % поглощаемой растениями влаги расходуется на транспирацию, от которой зависит интенсивность формирования урожая. Исходя из наличия пропорциональной связи между транспирацией и урожайностью [1, 18 и др.] можем записать

$$\frac{a_Y f_W(t)}{a_W f_Y(t)} \approx a, \quad (17)$$

где  $a$  – коэффициент пропорциональности.

С помощью равенства (17) из функции (16) исключается фактор времени, а структурная модель урожая приводится к простейшей форме

$$\frac{dY}{dW} = aY \frac{W_{\text{opt}} - W}{(W - W_{\text{min}})^2}. \quad (18)$$

Справедливость допущения (17), позволившего максимально упростить решение задачи (13), подтверждена опытным путем, в том числе и данными полевых исследований, прокомментированными выше. Например, можно сослаться на высокие статистические показатели достоверности, полученные для эмпирических формул типа (1)–(5), описывающих связь урожая с водным и пищевым режимами (регулируемыми условиями внешней среды) без учета фактора времени. Такой результат подтверждает реальную возможность в качестве основы для выработки лучших

плановых и технологических решений в растениеводстве использовать интегральную структурную модель урожая вида (18), учитывающую только осредненные условия (например, по водному и пищевому режимам), создаваемые в течение вегетационного цикла.

Дифференциальное уравнение (18) имитирует связь конечного урожая с почвенными влагозапасами, поддерживаемыми путем орошения в заданном диапазоне при фиксированном количестве потребляемой растениями пищи. Решением данного уравнения является функция

$$\frac{Y_W}{Y_{\max W}} = \left( \frac{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}}{W - W_{\text{min}}} \right)^a \exp \left( -a \frac{W_{\text{opt}} - W}{W - W_{\text{min}}} \right), \quad (19)$$

где  $Y_W$  – урожай, получаемый при регулируемых влагозапасах почвы;  $Y_{\max W}$  – максимальный урожай, получаемый при оптимальных влагозапасах почвы.

Выражение (19) справедливо в пределах  $W_{\text{min}} < W < W_{\text{opt}}$ . Согласно функции (19), получим

$$\lim_{W \rightarrow W_{\text{min}}} \frac{Y_W}{Y_{\max W}} = 0 \quad \lim_{W \rightarrow W_{\text{opt}}} \frac{Y_W}{Y_{\max W}} = 1.$$

Как видим, результат вполне ожидаем и согласуется с приведенными выше известными закономерностями, использованными при формировании структурной модели на основе функции (13).

Из функции (13) можно также получить упрощенные варианты структурной модели, допуская, что в окрестности оптимальных влагозапасов почвы справедливы следующие равенства:

$$\left( \frac{\partial Y}{\partial t} \right)_F = \frac{a_Y Y}{f_Y(t)} \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}} \right), \quad (20)$$

$$\left( \frac{\partial W}{\partial t} \right)_F = \frac{a_W}{f_W(t)} (W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}). \quad (21)$$

Согласно выражениям (17), (20) и (21) дифференциальное уравнение, имитирующее связь конечного урожая с некими осредненными за вегетационный сезон влагозапасами почвы при фиксированном количестве потребляемой растениями пищи, примет такую форму:

$$\frac{dY}{dW} = aY \frac{W_{\text{opt}} - W}{(W_{\text{opt}} - W_{\text{min}})^2}. \quad (22)$$

Решением уравнения (22) будет функция

$$\frac{Y_W}{Y_{\max W}} = \exp \left[ -\frac{a}{2} \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}} \right)^2 \right]. \quad (23)$$

Еще более простое расчетное уравнение можно получить в области, близкой к максимальному урожаю, когда

$$\left( \frac{\partial Y}{\partial t} \right)_F = \frac{a_Y Y_{\max}}{f_Y(t)} \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}} \right). \quad (24)$$

В этом случае

$$\frac{dY}{dW} = aY_{\max} \frac{W_{\text{opt}} - W}{(W_{\text{opt}} - W_{\text{min}})^2}. \quad (25)$$

Следовательно, в области, близкой к максимальному урожаю, допустимо использование зависимости

$$\frac{Y_W}{Y_{\max W}} = 1 - \frac{a}{2} \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}} \right)^2. \quad (26)$$

Приведенные выше доводы можно повторить, зафиксировав на постоянном уровне потребление почвенной влаги и приняв, что интенсивность накопления урожая является функцией потребления пищи, а потребляемая пища и количество потребляемой влаги также функционально связаны между собой и изменяются во времени. Тогда справедливо соотношение

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_W = \frac{dY}{dF} \left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_W. \quad (27)$$

С соблюдением размерностей выражения частных производных в (27) могут быть представлены следующими функциями:

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_W = \frac{b_Y Y}{f_Y(t)} \left(\frac{F_{\text{opt}} - F}{F_{\text{opt}} - F_{\text{min}}}\right), \quad (28)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)_W = \frac{b_F}{f_F(t)} (F - F_{\text{min}}), \quad (29)$$

где  $b_Y, b_F$  – весовые коэффициенты, учитывающие вклад поглощаемых растениями питательных веществ в образование и накопление урожая;  $f_Y(t), f_W(t)$  – функции времени;  $F_{\text{opt}}$  – оптимальный уровень питания, при котором формируется максимальный урожай;  $F$  – фактический уровень питания растений;  $F_{\text{min}}$  – биологический минимум пищевого режима, при котором формирование урожая прекращается.

В уравнении (29) вместо закономерности под номером 4, используемой при формировании соотношения (15), учтена следующая закономерность: интенсивность потребления растениями питательных веществ прямо пропорциональна их содержанию в почве сверх биологического минимума, при котором формирование урожая прекращается.

С помощью равенства, подобного (17), из функции (27) исключается фактор времени, а структурная модель урожая приводится к простейшей форме:

$$\frac{dY}{dW} = bY \frac{F_{\text{opt}} - F}{(F_{\text{opt}} - F_{\text{min}})(F - F_{\text{min}})}. \quad (30)$$

Не будем повторять дальнейший вывод расчетных формул, который идентичен предыдущему, а приведем лишь конечный результат:

$$\frac{Y_F}{Y_{\text{max}_F}} = \left(\frac{F - F_{\text{min}}}{F_{\text{opt}} - F_{\text{min}}}\right)^b \exp\left(b \frac{F_{\text{opt}} - F}{F_{\text{opt}} - F_{\text{min}}}\right), \quad (31)$$

где  $Y_F$  – урожай, получаемый при регулируемом уровне питания растений;  $Y_{\text{max}_F}$  – максимальный урожай, получаемый при оптимальном уровне питания растений.

Обобщим совместное влияние двух урожаяобразующих факторов (пищевого и водного режимов) на урожайность в одной расчетной формуле:

$$\frac{Y}{Y_{\text{max}}} = \left[ \left(\frac{F - F_{\text{min}}}{F_{\text{opt}} - F_{\text{min}}}\right)^b \left(\frac{W_{\text{opt}} - W_{\text{min}}}{W - W_{\text{min}}}\right)^a \right] \exp\left[ b \left(\frac{F_{\text{opt}} - F}{F - F_{\text{min}}}\right) - a \left(\frac{W_{\text{opt}} - W}{W - W_{\text{min}}}\right) \right]. \quad (32)$$

Необходимо заметить, что фактический уровень питания растений суммирует все доступные растениям питательные вещества, не только вносимые с удобрениями, но и содержащиеся в почве (до внесения). Однако, когда наличие в почве доступных элементов питания растений значительно меньше, чем вносится с удобрениями, в расчетах можно учитывать только вносимые с удобрениями питательные вещества. Поэтому в отличие от биологического минимума содержания почвенной влаги, имеющего вполне реальное значение, отличное от нуля, биологический минимум пищевого режима, при котором формирование урожая прекращается, в частных решениях можно приравнять к нулю. Частными решениями в данном случае при равных коэффициентах пропорциональности ( $b = a$ ) будут следующие зависимости:

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \exp \left\{ -\frac{a}{2} \left[ \left( 1 - \frac{F}{F_{\text{opt}}} \right)^2 + \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\min}} \right)^2 \right] \right\}, \quad (33)$$

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \left[ 1 - \frac{a}{2} \left( 1 - \frac{F}{F_{\text{opt}}} \right)^2 \right] \left[ 1 - \frac{a}{2} \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\min}} \right)^2 \right], \quad (34)$$

**Результаты и их обсуждение.** Формула (34) аналогична выражению (10) при коэффициенте пропорциональности  $a = 2$  и  $f_{\min} = 0$ . Предварительные расчеты подтвердили, что в формуле (34) коэффициент пропорциональности следует приравнять к двум ( $a = 2$ ), что еще более упрощает эту формулу. Однако в общей зависимости нельзя принимать  $f_{\min} = 0$ . Выше показано, что более верным обобщением будет другая форма расчетной зависимости (10):

$$Y = Y_{\max} \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \left( \frac{f_{\text{opt}_i} - f_i}{f_{\text{opt}_i} - f_{\min_i}} \right)^2 \right],$$

где  $n$  – число учитываемых факторов;  $f_i$  – величина  $i$ -го фактора;  $f_{\text{opt}_i}$  – оптимальное значение  $i$ -го фактора, при котором формируется максимальный урожай;  $f_{\min_i}$  – биологический минимум  $i$ -го фактора, при котором формирование урожая прекращается.

Запишем в общем виде упрощенные расчетные формулы разработанной структурной модели влияния регулируемых факторов среды на урожайность:

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \exp \left[ -\frac{a}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_{\text{opt}_i} - f_i}{f_{\text{opt}_i} - f_{\min_i}} \right)^2 \right], \quad (35)$$

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \left( \frac{f_{\text{opt}_i} - f_i}{f_{\text{opt}_i} - f_{\min_i}} \right)^2 \right]. \quad (36)$$

Заметим, что области действия расчетных уравнений (35) и (36) при значении фактора, стремящемся к возможному минимальному значению, не совпадают. Для формулы (35) при равенстве  $f = f_{\min}$  и при неизвестном значении коэффициента пропорциональности ( $a$ ) будем иметь

$$\frac{Y_{\min}}{Y_{\max}} = \exp \left( -\frac{an}{2} \right), \quad (37)$$

В свою очередь, для формулы (36) при  $f = f_{\min}$  получим  $\frac{Y_{\min}}{Y_{\max}} = 0$ .

Для объяснения причин установленного несоответствия учтем граничное условие (37). Используя его, можем записать для одного фактора

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \exp \left[ -\left( \ln \frac{Y_{\min}}{Y_{\max}} \right) \left( 1 - \frac{f_{\min}}{f_{\text{opt}}} \right)^2 \right]. \quad (38)$$

Уравнение (38) идентично формуле (11) при  $Y_{\min} = 0,0111Y_{\max}$ . Последнее показывает, что выражение (11) не противоречит предложенной структурной модели (18), а является ее частным случаем.

Проверку адекватности формул (35) и (36) можно выполнить путем сравнения результатов вычислений по ним и аналогичных результатов, полученных по эмпирическим зависимостям (1)–(5). Ограничимся только таким сравнением (см. таблицу), поскольку более точное моделирование имеет смысл только при обработке реальных опытных данных.

Результаты сравнения, приведенные в таблице, подтверждают, что идея (13), облеченная в конкретную математическую форму, объединяет разнотипные эмпирические формулы (1)–(5), (10), (11) и вполне успешно работает (с коэффициентами детерминации на уровне 0,86–0,96), несмотря на принятые допущения (14), (15), (17), (20), (21), (24).

**Сравнение результатов расчета урожайности по эмпирическим уравнениям и по упрощенным формулам (35), (36) разработанной структурной модели**

Эмпирические уравнения					Моделирование урожайности по пищевому и водному факторам среды						
Авторы	Культура	№ формулы	Количество эмпирических коэффициентов	Коэффициент детерминации	Исходные параметры					Коэффициенты детерминации, полученные при сравнении результатов расчета урожайности по эмпирическим уравнениям и по упрощенным формулам структурной модели	
					$Y_{max}$ , т/га	$NPK_{opt}$ , кг д.в./га	$N_{opt}$ , кг д.в./га	$W_{opt}$ , % от НВ	$W_{min}$ , % от НВ	уравнение (35)	уравнение (36)
А. С. Овчинников, О. В. Бочарникова, Т. В. Пантюшина	Сладкий перец	(1)	6	0,81	33	750	–	76	50	0,98	0,96
М. А. Акулинина, А. С. Овчинников	Огурец	(2)	5	0,93	63	–	160	90	64	0,86	0,91
М. А. Акулинина, А. С. Овчинников	Огурец	(3)	5	0,95	70	–	180	85	62	0,86	0,90
Е. В. Шенцева, Н. Н. Дубенок	Баклажан	(4)	6	0,91	69	–	250	88	51	0,96	0,98
М. П. Богданенко, Н. Н. Дубенок	Рассадный лук	(5)	7	0,89	120	–	190	93	58	0,92	0,88

Для практического применения предложенной модели вместо 5–7 эмпирических коэффициентов достаточно знать возможную максимальную урожайность при оптимальных условиях среды, оптимальные и минимально возможные для формирования урожая уровни питания и увлажнения растений, которые задают границы определения (диапазон применения) полученных выше расчетных зависимостей (32), (35), (36).

**Заключение.** Анализ показывает, что в исходно задаваемом (до расчета) значении максимальной урожайности культуры, в отличие от потенциально возможного урожая, зависящего только от вида и качества семенного материала, присутствует влияние всех неучтенных расчетной формулой урожаеобразующих факторов. Но поскольку число неучтенных факторов не определено, величину максимальной урожайности можно задавать только с некоторой долей вероятности. Урожайность будет колебаться по годам в зависимости, прежде всего, от степени благоприятности нерегулируемых условий среды, среди которых наиболее значимым будет фактор, лимитирующий урожай (находящийся в минимуме). В Беларуси таким фактором может являться тепловой режим [16].

Приведенные в таблице значения максимальных урожайностей учитывают условия именно тех лет, в которые по результатам полевых исследований получены эмпирические формулы (1)–(5). Логично предположить, что осредненная за многолетие величина максимальной урожайности для конкретной культуры, как и другие опорные показатели в разработанной структурной модели, становятся более устойчивыми к изменениям при снижении вариабельности условий возделывания.

Значения оптимальных и минимально возможных (для формирования урожая) уровней питания и увлажнения растений в расчетных формулах (35) и (36) также соответствуют условиям, наблюдавшимся в годы исследований. Однако их изменчивость не столь велика, поскольку в большей степени зависит от почвенных условий, а не от погоды. Например, планируемые дозы внесения удобрений и их оптимальный уровень будут зависеть от содержания питательных веществ в почве. В свою очередь, задаваемый диапазон поддержания почвенных влагозапасов связан с почвенно-гидрологическими константами – наименьшей влагоемкостью и влажностью завядания.

Заметим, что весьма убедительным подтверждением справедливости предложенной структурной модели является расположение найденного показателя оптимального увлажнения (см. таблицу) в границах, рекомендуемых при расчете режимов орошения для всех сельскохозяйственных культур, а именно в пределах 70–100 % НВ. Более точное значение этого показателя

в формулах (35), (36) с помощью эмпирических зависимостей (1)–(5) установить невозможно, поскольку искомые опорные показатели располагаются на границе области определения эмпирических уравнений, где при расчете могут наблюдаться максимальные ошибки. Наилучшим способом идентификации оптимального уровня питания, а также оптимального и минимально возможного (для формирования урожая) уровней увлажнения растений в расчетных формулах (35) и (36) могут быть только результаты обработки реальных опытных данных по урожайностям конкретных культур.

### Список использованных источников

1. *Образцов, А. С.* Системный подход: применение в земледелии / А. С. Образцов. – М.: ВО Агропромиздат, 1990. – 303 с.
2. *Вахонин, Н. К.* Методологические принципы формирования задач оптимизации растениеводства / Н. К. Вахонин // Мелиорация переувлажненных земель. – 2007. – № 2 (58). – С. 73–79.
3. *Вахонин, Н. К.* Концептуальные основы моделирования урожайности в системе принятия решений по регулированию водного режима / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2014. – № 2 (72). – С. 7–15.
4. *Вахонин, Н. К.* Моделирование урожая в системе точного земледелия / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2015. – № 1 (73). – С. 131–136.
5. *Овчинников, А. С.* Урожайность сладкого перца при капельном орошении / А. С. Овчинников, О. В. Бочарникова, Т. В. Пантюшина // Мелиорация и водное хозяйство. – 2007. – № 2. – С. 45–47.
6. *Акулинина, М. А.* Капельное орошение огурца в сухостепной зоне светло-каштановых почв Нижнего Поволжья: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук: 06.01.02 / М. А. Акулинина, Волгоград, гос. с.-х. акад., – Волгоград, 2010. – 23 с.
7. *Шенцева, Е. В.* Совершенствование агротехники выращивания баклажан при капельном орошении с использованием тоннельных укрытий для получения ранней продукции: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук: 06.01.02 / Е. В. Шенцева; Саратов. гос. аграр. ун-т. – Саратов, 2012. – 23 с.
8. *Богданенко, М. П.* Технология возделывания рассадного лука при капельном орошении в Нижнем Поволжье: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук: 06.01.02 / М. П. Богданенко; Саратов. гос. аграр. ун-т. – Саратов, 2012. – 24 с.
9. *Аверьянов, С. Ф.* Некоторые математические модели системы «растение – среда» / С. Ф. Аверьянов, В. В. Шабанов // Физическое и математическое моделирование в мелиорации. – М., 1973. – С. 293–295.
10. *Дмитренко, В. П.* Оценка влияния температуры воздуха и осадков на формирование урожая основных зерновых культур: метод. пособие. – Л.: Гидрометеоздат, 1976. – 49 с.
11. *Афанасик, Г. И.* Моделирование процесса формирования урожая сельскохозяйственных культур / Г. И. Афанасик // Мелиорация торфяников и их сельскохозяйственное использование. – Вып. 3. – Минск: БелНИИМВХ, 1977. – С. 122–127.
12. *Закржевский, П. И.* Модель урожая и динамика факторов внешней среды / П. И. Закржевский // Мелиорация переувлажненных земель. – 1977. – Т. XXV. – С. 95–105.
13. Механизация полива: справ. пособие / Б. Г. Штепа [и др.]. – М.: Агропромиздат, 1990. – 336 с.
14. *Лихацевич, А. П.* Модель влияния регулируемых факторов окружающей среды на урожай сельскохозяйственных культур / А. П. Лихацевич // Мелиорация переувлажненных земель. – 2004. – № 2 (52). – С. 123–143.
15. *Лихацевич, А. П.* Модель динамики урожайности сельскохозяйственных культур в зависимости от изменчивости природно-климатических факторов / А. П. Лихацевич, В. Н. Карнаухов // Мелиорация переувлажненных земель. – 2005. – № 2 (54). – С. 108–117.
16. *Лихацевич, А. П.* Влияние влаготеплообеспеченности на урожайность сельскохозяйственных культур (на примере многолетних трав и ярового тритикале) / А. П. Лихацевич, Е. И. Волкова // Мелиорация. – 2011. – № 2 (66). – С. 75–81.
17. *Попов, В. А.* Математическое выражение закона лимитирующего фактора и его приложение к задачам мелиоративного земледелия / В. А. Попов // Мелиорация и водное хозяйство. – 1997. – № 2. – С. 30–34.
18. *Ромко, А. В.* Обоснование водного и питательного режима мелиорируемых земель гумидной зоны с использованием интегрированной модели агрогеосистемы: автореф. дис. ... канд. техн. наук / А. В. Ромко; ГНУ ВНИИГиМ. – М., 2007. – 27 с.
19. *Пэнтл, Р. Г.* Методы системного анализа окружающей среды / Р. Г. Пэнтл. – М.: Мир. – 1979. – 214 с.

### References

1. *Obraztsov, A. S.* (1990) *Sistemnyi podkhod: primeneniye v zemledelii* [System approach: the use in agriculture], VO Agropromizdat, Moscow, RU
2. *Vakhonin, N. K.* (2007) “Methodological principles of crop optimization problems”, *Melioratsiya pereuvlazhnennykh zemel'* [Melioration of wetlands], no. 2 (58), pp. 73–79.
3. *Vakhonin, N. K.* (2014) “Conceptual bases yield modeling in the decision-making on water regime Regulation”, *Melioratsiya* [Melioration], no. 2 (72), pp. 7–15.
4. *Vakhonin, N. K.* (2015) “Simulation yields in the system of precision agriculture”, *Melioratsiya* [Melioration], no. 1 (73), pp. 131–136.

5. *Ovchinnikov, A. S., Bocharnikova, O. V. and Pantyushina, T. V.* (2007) “The yield of sweet pepper under drip irrigation”, *Melioratsiya i vodnoe khozyaistvo* [Melioration and water Industry], no. 2, pp. 45–47.
6. *Akulina, M. A.* (2010) “Drip irrigation of a cucumber in the dry steppe zone of light-brown soils of the Bottom Volga region”, Abstract of Ph.D. dissertation, Land improvement, restoration and protection of land, Volgograd State Agricultural Academy, Volgograd, RU
7. *Shentseva, E. V.* (2012) “Improving farming techniques of cultivation Eggplant under drip irrigation using the tunnel shelters for early production”, Abstract of Ph.D. dissertation, Land improvement, restoration and protection of land, Saratov State Agrarian University, Saratov, RU
8. *Bogdanenko, M. P.* (2012) “The technology of growing seedlings of onion under drip irrigation in the Lower Volga”, Abstract of Ph.D. dissertation, Land improvement, restoration and protection of land, Saratov State Agrarian University, Saratov, RU
9. *Aver'yanov, S. F. and Shabanov, V. V.* (1973) “A mathematical model of “plant-environment” system”, in Aver'yanov, S. F. (ed.) *Fizicheskoe i matematicheskoe modelirovanie v melioratsii* [Physical and mathematical modeling in land reclamation], Kolos, Moscow, RU, pp. 293–295/
10. *Dmitrenko, V. P.* (1976) *Otsenka vliyaniya temperatury vozdukh i osadkov na formirovanie urozhaya osnovnykh zernovykh kul'tur: metodicheskoe posobie* [Evaluation of the effect of air temperature and precipitation in the formation of the harvest of basic grains: method. Benefit], Gidrometeoizdat, Leningrad, RU
11. *Afanasik, G. I.* (1977) “Simulation of the formation of crop”, *Melioratsiya torfyanikov i ikh sel'skokhozyaistvennoe ispol'zovanie: sbornik. Vyp.3* [Melioration of peatlands and agricultural use, Vol. 3], BelNIIMiVKh, Minsk, BY, pp. 122–127.
12. *Zakrzhevskii, P. I.* (1977) “Model harvest and dynamics of environmental factors”, *Melioratsiya pereuvlazhennykh zemel'* [Melioration of wetlands], no. 25, pp. 95–105.
13. *Shtepa, B. G., Nosenko, V. F., Vinnikova, N. V., Danil'chenko, N. V., Ostapov, I. S., Fomin, G. E. and Afanas'ev, V. A.* (1990) *Mekhanizatsiya poliva: spravochnik* [Mechanization of irrigation: a guide], Agropromizdat, Moscow, RU
14. *Likhatsevich, A. P.* (2004) “The impact of environmental factors controlled model environment on crop yields”, *Melioratsiya pereuvlazhennykh zemel'* [Melioration of wetlands], no. 2 (52), pp. 123–143.
15. *Likhatsevich, A. P. and Karnaukhov, V. N.* (2005) “Model dynamics of crop yields, depending on the variability of natural factors climate”, *Melioratsiya pereuvlazhennykh zemel'* [Melioration of wetlands], no. 2 (54), pp. 108–117.
16. *Likhatsevich, A. P. and Volkova, E. I.* (2011) “Moisture heat supply Impact on crop yields (on an example of perennial grasses and spring triticale)”, *Melioratsiya* [Melioration], no. 2 (66), pp. 75–81.
17. *Popov, V. A.* (1997) “The mathematical expression of the law limiting factor and its application to problems of reclamation of agriculture”, *Melioratsiya i vodnoe khozyaistvo* [Melioration and Water Industry], no. 2, pp. 30–34.
18. *Romko, A. V.* (2007) “Justification of the water and nutrient regime of reclaimed land humid zone using the integrated model agroecosystems”, Abstract of Ph.D. dissertation, Land improvement, restoration and protection of land, All-Russian Research Institute of Hydraulic Engineering and Land Reclamation. AN Kostyakov, Moscow, RU
19. *Pentl, R. G.* (1979) *Metody sistemnogo analiza okruzhayushchei sredy* [System analysis methods for the environment], Mir, Moscow, RU

### Информация об авторах

*Лихацевич Анатолий Павлович* – член-корреспондент, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт мелиорации (ул. М. Богдановича, 153, Минск, Республика Беларусь). E-mail: niimel@mail.ru

### Для цитирования

*Лихацевич А. П.* Моделирование влияния регулируемых факторов среды на урожайность сельскохозяйственных культур / А. П. Лихацевич // Вест. Нац. акад. наук. Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2016. – №4. – С. 65–78.

### Information about the author

*Likhatsevich Anatoly P.* – Corresponding Member, Doctor of Engineering Science, Professor, the Institute of Melioration (Minsk, Belarus). E-mail: niimel@mail.ru

### For citation

*Likhatsevich A. P.* Modeling the effect of controlled environmental factors on crop yield. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus, agrarian series*, 2016, no 4, pp. 65–78.