

**А. П. Лихацевич**

*Институт мелиорации, Национальная академия наук Беларуси, Минск, Республика Беларусь*

## **АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ АГРОНОМИЧЕСКИХ ОПЫТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБОБЩЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

Апробирована структурная математическая модель влияния факторов среды на урожайность сельскохозяйственных культур. Справедливость модели подтверждается высокими статистическими показателями согласования теоретической кривой с опытными данными, полученными в Беларуси и России. Установлено, что точность представления результатов исследований с использованием обобщенной модели урожая, пригодной для разных условий, повышается с увеличением числа учитываемых урожайобразующих факторов, контролируемых при проведении многофакторного полевого опыта. Показано, что схема агрономического опыта, имеющего целью установление зависимости урожая от факторов среды, должна обязательно включать варианты, учитывающие влияние на урожай как минимум двух основных урожайобразующих факторов – уровня питания и влагообеспеченности растений. Уровень питания культуры определяется исходным плодородием почвы и дозами внесения удобрений. Влагообеспеченность культуры зависит от водно-физических свойств почвы и выпадающих атмосферных осадков, а при орошении – от предполивной влажности почвы. Для установления обобщенной зависимости урожая культуры от урожайобразующих факторов в схеме полевого опыта должны присутствовать варианты с заведомо высокими дозами удобрений, повышение которых уже не приводит к росту урожая в условиях исследований. Только по результатам таких опытов строится обобщенная математическая модель урожая, на основе которой можно проводить оптимизацию распределения ресурсов в земледелии и уверенно планировать (программировать) урожайность.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, регулируемые факторы среды обитания растений, пищевой режим, уровень увлажнения почвы, урожайность

**A. P. Likhatchevich**

*Institute of Land Reclamation, the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, the Republic of Belarus*

## **ANALYSIS OF AGRONOMIC EXPERIMENTS RESULTS USING GENERALIZED MATHEMATICAL MODEL**

Structural mathematical model of environment impact on agricultural crops performance is tested. Theoretical curve and experimental data of Belarus and Russia have high statistical indicators of matching what proves model accuracy. Generalized crop model is suitable for various conditions and specifies results of experiments which accuracy rises by considering wide range of productivity factors during multiple field experiment. Scheme of agronomic experiment measures environment impact on crop and includes two main productivity factors – plant nutrition and moisture provision. Soil fertility and fertilizer rates provide plant nutrition. Moisture provision depends on water physical soil qualities and precipitation; in the case of irrigation initial soil moisture is a key condition. To establish how productivity factors affect the crop, the general scheme of field experiments shall contain variants of an obviously high fertilizer rates which dose increase will not stimulate further crop growth in experimental condition. Generalized mathematical model of productivity based on such experiments optimizes distribution of resources in agriculture and allows us to schedule (program) yields.

*Keywords:* mathematical simulation, adjustable factors of plant habitat, feeding regime, soil moisture level, productivity

При аналитической обработке результатов агрономических опытов в последние годы все чаще используются компьютерные программы «Excel», позволяющие проводить обобщение полевого материала с помощью эмпирических формул. Одним из примеров такого применения математического аппарата в Беларуси могут служить научные работы доктора сельскохозяйственных наук, профессора Н. Н. Семененко и его учеников. Используемый в них эмпирический анализ в значительной части представлен в монографии автора, посвященной проблемам трансформации и использования торфяно-болотных почв Полесья [1]. Опираясь на возможности «Excel», Н. Н. Семененко установил наличие достаточно тесной количественной связи между содержанием в данной почве органического вещества и ее плотностью, химическим составом, нитрифицирующей и потенциальной азотми-

нерализующей способностью, а также между содержанием элементов питания в почве, запасами в ней продуктивной влаги и урожайностью возделываемых культур. Весьма высокие коэффициенты детерминации эмпирических формул, представленных в монографии, подтверждают большой опыт исследователя, его методическую щепетильность и высочайшую квалификацию.

Подобный уровень обобщения результатов научно-исследовательских работ в аграрной науке не является каким-то исключением. И в Беларуси, и за рубежом опубликованы многие научные работы с математическим представлением результатов аграрных опытов, направленных, например, на установление взаимосвязи между урожайностью и урожаеобразующими факторами [1–4 и др.]. Однако по причине отсутствия единой методики обработки опытных данных форма предлагаемых эмпирических зависимостей выбирается, как правило, совершенно произвольно и зависит в основном от предпочтений их авторов, причем полученные с помощью «Excel» эмпирические формулы иногда неправомерно называют «математическими моделями», забывая, что обобщающих выводов, кроме подтверждения наличия взаимосвязи между рассматриваемыми величинами, по ним сделать проблематично.

Чтобы обеспечить некоторое единство в методике статистической обработки данных по взаимосвязи между урожайностью и урожаеобразующими факторами и сориентироваться в направлении последующего обобщения их результатов, предложено выражать зависимость урожая «...исключительно путем идентификации произвольно постулированного полинома (алгебраического, степени обычно не выше 2, или любого другого вида) по результатам натурных данных: по урожаеобразующим факторам и соответствующего им урожая за ряд лет по каждому полю...» [5]. Вместе с тем, как указано в работе [6], эти полиномы «...при любом коэффициенте детерминации не являются действительными моделями урожайности, поскольку не имеют физического смысла, а представляют собой лишь формальное сглаживание данных конкретного эксперимента». Но возникает правомочный вопрос: «Какой же должна быть «действительная модель урожайности?»

**Принципы моделирования урожайности.** Согласно широко распространенному мнению, получение зависимостей урожайности сельскохозяйственных культур от урожаеобразующих факторов может осуществляться только двумя кардинально различающимися подходами: «...теоретическим, основывающимся на использовании феноменологических моделей физико-биохимических процессов метаболизма факторов жизни в отдельном растении во взаимосвязи сообщества растений с сорняками и вредителями на протяжении периода вегетации... и эмпирическим, основывающимся на формальной аппроксимации зависимости урожайности от урожаеобразующих факторов произвольно выбираемого вида функцией (алгебраические полиномы)...» [6]. Причем, по мнению автора, к физическим (теоретическим) моделям урожайности можно относить только те, которые являются моделями балансового типа и базируются на физических законах сохранения массы и энергии [6].

Вместе с тем, многолетний опыт математического моделирования показывает, что строгое математическое описание сложного взаимодействия растений с внешней средой, основанное на использовании физических законов сохранения массы и энергии, невозможно без использования упрощений, допущений, ограничений, осреднений и т. п. Кроме того, большие сложности возникают при доведении таких моделей до практической реализации, поскольку этот процесс «...к сожалению, ограничивается возможностью получения для реальных полевых условий информационного обеспечения, необходимого для идентификации нескольких десятков входящих в них коэффициентов» [7]. Под идентификацией понимается эмпирическая интерпретация введенных в расчетные формулы коэффициентов по данным полевого эксперимента. Поэтому, в конечном итоге, точность расчетов по таким «теоретическим моделям» не может превысить точности результата, полученного с помощью грубой эмпирической аппроксимации. Кроме того, в формальном тиражировании подобных моделей по-прежнему существует непреодолимое препятствие, поскольку практический опыт показывает, что математические модели как средство прогноза или планирования будут применяться на практике только в том случае, если внедрение их не связано с необходимостью проведения трудоемких операций (в том числе по идентификации «нескольких десятков входящих в них коэффициентов») и не вызовет дополнительных трудностей в работе специалистов сельского хозяйства [8]. Не случайно предложения по моде-

лированию урожайности, активно разрабатываемые с начала 70-х годов XX века, до настоящего времени не доведены до практической реализации и игнорируются не только специалистами-аграриями, но и научными работниками, исследующими влияние факторов среды на урожайность сельскохозяйственных культур [1–7].

Единственным выходом, на наш взгляд, может быть построение обобщенной модели урожайности не на балансовом принципе, а с использованием так называемого структурного (механистического, объяснительного) моделирования [8]. Подобное моделирование является чем-то средним между «строгой физической теорией», базирующейся на классических законах сохранения, и эмпирическим подходом, использующим кибернетический метод «черного ящика». Однако в отличие от грубой эмпирики, не имеющей физической основы, структурные модели обобщают реальные, установленные опытным путем физические закономерности, что приближает их к классу теоретических. По точности прогноза такие модели не уступают ни строгим балансовым, ни эмпирическим, существенно превосходя последние по общности анализа.

Принципы структурного моделирования, представлены в работах [8] и [9]. С использованием этих принципов и обоснованием возможности исключения фактора времени из анализа связи «урожаеобразующие факторы – урожайность» нами построена приближенная структурная модель, на основе которой получены упрощенные расчетные формулы для оценки влияния факторов среды на конечную урожайность культуры [10]:

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_{\text{opt}_i} - f_i}{f_{\text{opt}_i} - f_{\min(\max)_i}} \right)^2 \right], \quad (1)$$

$$\frac{Y}{Y_{\max}} = \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \left( \frac{f_{\text{opt}_i} - f_i}{f_{\text{opt}_i} - f_{\min(\max)_i}} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

где  $Y$  – фактический урожай культуры;  $Y_{\max}$  – максимальный урожай культуры, достижимый при оптимальном сочетании учитываемых в формуле факторов среды;  $\Sigma$  – знак последовательного суммирования функций (от  $i=1$  до  $i=n$ );  $\Pi$  – знак последовательного произведения функций (от  $i=1$  до  $i=n$ );  $n$  – число учитываемых в расчете факторов, влияющих на урожай;  $f_{\text{opt}_i}$  – оптимальная величина  $i$ -го фактора;  $f_i$  – фактическая величина  $i$ -го фактора;  $f_{\min(\max)_i}$  – условный минимум (или максимум)  $i$ -го фактора, при котором формирование урожая прекращается. Минимум фактора вводится в формулу в условиях недостатка данного ресурса (удобрений, влаги, тепла и т. д.), а максимум – в условиях переизбытка ресурса (удобрений, влаги, тепла и т. д.).

Приведенные формулы (1) и (2) являются частным случаем разработанной структурной модели урожая в наиболее интересующей нас области его возрастания в диапазоне  $(0,5-1,0)Y_{\max}$  [10]. Точность вычислений по формулам (1) и (2) повышается с приближением величины урожаеобразующего фактора к своему оптимальному значению, а применение формул ограничивается выше указанным диапазоном, где результаты расчетов по (1) и (2) различаются менее чем на 5 %. Для использования предложенных формул в практических расчетах достаточно знать три опорные характеристики структурной модели урожайности – максимальную урожайность ( $Y_{\max}$ ), оптимальные ( $f_{\text{opt}_i}$ ) и минимальные или максимальные ( $f_{\min(\max)_i}$ ) значения урожаеобразующих факторов.

**Объекты и методы исследования.** Объективным и единственным критерием справедливости предложенной модели урожайности могут быть результаты сравнения данных расчета урожая по предложенным формулам (1) и (2) и фактических урожаев, полученных в полевых опытах, по которым и следует проводить идентификацию опорных параметров структурной модели ( $Y_{\max}$ ), ( $f_{\text{opt}_i}$ ) и ( $f_{\min(\max)_i}$ ).

Прежде укажем объекты, выбранные нами для подобной идентификации, по которым имеется первичный материал, пригодный для сравнения. С целью получения наиболее общей картины приведем результаты эмпирической обработки имеющихся данных агрономических исследований (на этих объектах) с использованием традиционных методик.

Рассмотрим, например, полевые опыты профессора Н. Н. Семененко по возделыванию ячменя на органогенных почвах [1]. Схема 5-летних исследований включает варианты с разными дозами азотных, фосфорных и калийных удобрений с оценкой их влияния на урожайность культуры. В качестве примера анализ проведем по четырем вариантам удобрительного фона (табл. 1), при этом используем известную методику обработки данных однофакторного опыта с помощью программ «Excel».

Т а б л и ц а 1. Влияние доз азотных, фосфорных и калийных удобрений на урожайность ячменя, ц/га [1, с. 147, табл. 1.12]

T a b l e 1. Effect of doses of nitrogen, phosphorus and potassium fertilizers on barley yield, c/ha [1, p. 147, table 1.12,]

| Вариант опыта                                      | NPK, кг д.в./га | N, кг д.в./га | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | Среднее |
|----------------------------------------------------|-----------------|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub>                   | 200,0           | 0,0           | 46,2    | 52,0    | 27,6    | 57,0    | 34,7    | 43,5    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> +N <sub>60</sub>  | 260,0           | 60            | 63,4    | 62,7    | 37,4    | 64,8    | 42,0    | 54,1    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> +N <sub>90</sub>  | 290,0           | 90,0          | 65,0    | 60,2    | 38,6    | 71,1    | 43,4    | 55,7    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> +N <sub>120</sub> | 320,0           | 120,0         | 64,6    | 53,7    | 38,9    | 70,8    | 42,1    | 54      |

На рис. 1 представлены графики, построенные по данным табл. 1. Как видим, разброс урожаев по годам весьма значителен, но в рамках одного года прослеживается достаточно тесная зависимость урожайности ячменя от суммарной дозы удобрений. На рис. 1 эти зависимости аппроксимированы полиномами второй степени вида

$$Y = -a_2(NPK)^2 + a_1(NPK) - a_0, \quad (3)$$

где  $Y$  – урожайность ячменя в конкретном году, ц/га; NPK – суммарная доза вносимых удобрений, кг д.в./га;  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  – эмпирические коэффициенты, значения которых установлены с помощью «Excel».

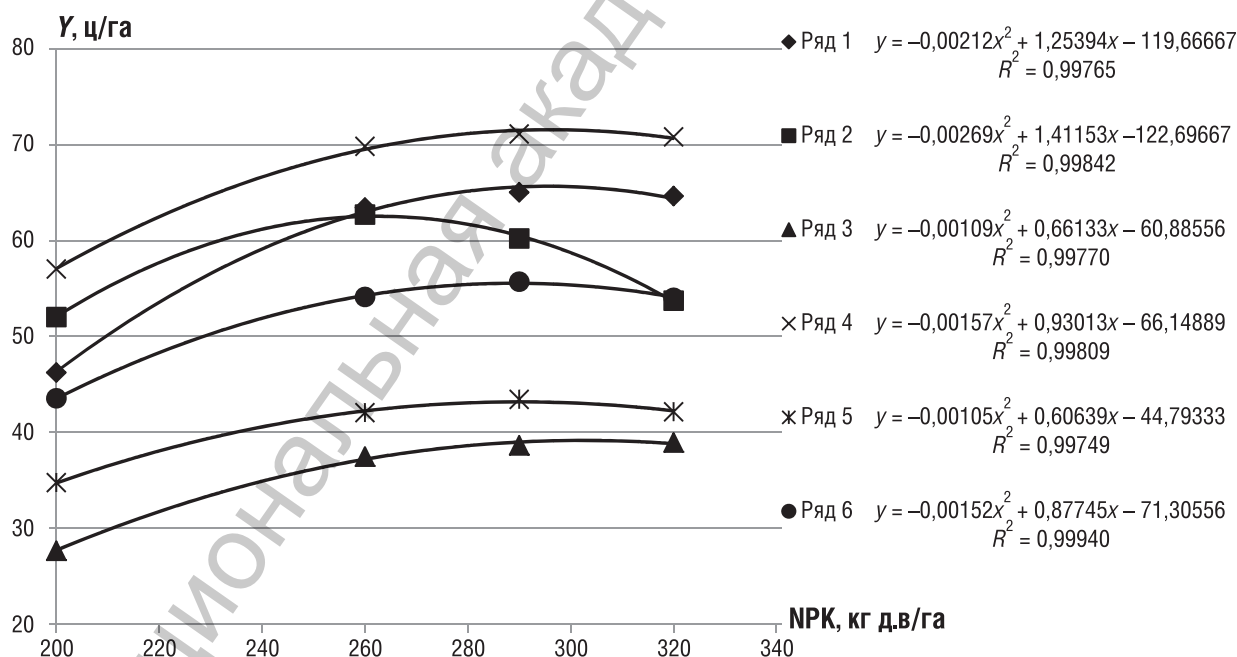


Рис. 1. Влияние доз удобрений на урожайность ячменя [1]: ряд 1–5 – данные за 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 гг. соответственно; ряд 6 – средние данные за 2005–2009 гг.;  $y$  – урожайность, ц/га;  $x$  – суммарная доза NPK, кг д.в./га

Fig. 1. Effect of fertilizer doses on barley yield [1]: line 1–5 – data for 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 respectively; line 6 – average data for 2005–2009;  $y$  – yield, c/ha;  $x$  – total NPK dose, kg d.v/ha

Заметим, что согласно правилам эмпирического анализа расчет по формуле (3) гарантирует достоверный результат только в области задаваемых в опытах доз удобрений и соответствующих



им значений урожайностей. Например, в опыте Н. Н. Семененко с ячменем (табл. 1) область применения формул вида (3) ограничивается пределами ( $200 \text{ кг д.в./га} < \text{NPK} < 320 \text{ кг д.в./га}$ ) и ( $27 \text{ ц/га} < Y < 72 \text{ ц/га}$ ).

Аналогичные данные можно получить, построив графики зависимости урожая от доз азота, вносимого на стабилизированном фосфорно-калийном фоне  $P_{80}K_{120}$  (рис. 2).

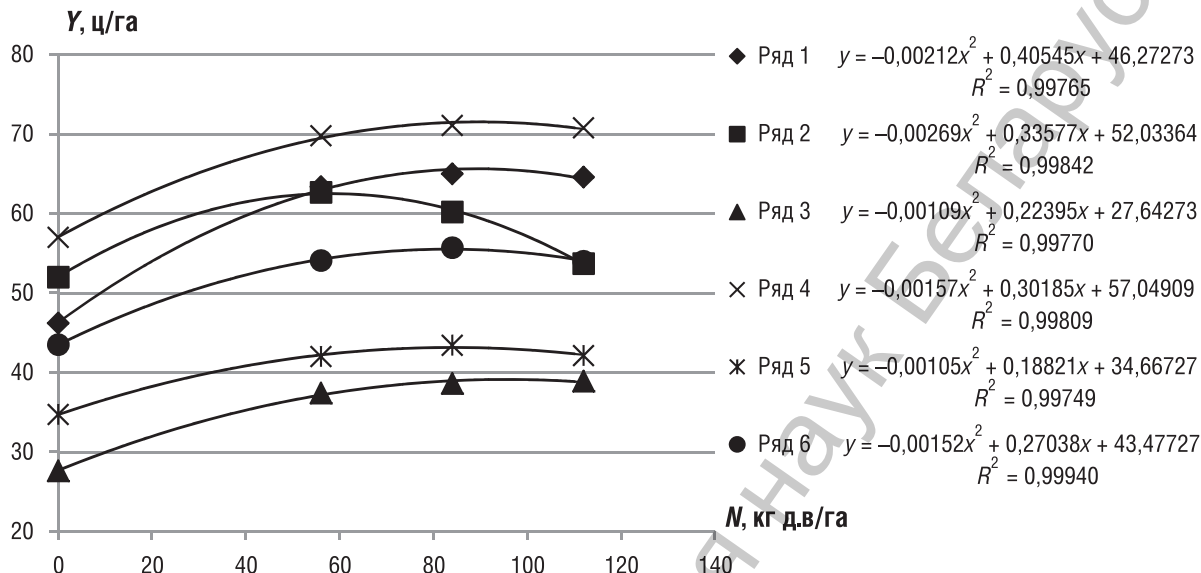


Рис. 2. Влияние на урожайность ячменя доз азота при стабилизированном фоне фосфорных и калийных удобрений ( $P_{80}K_{120}$ ) [1]: ряд 1–5 – данные за 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 гг. соответственно; ряд 6 – средние данные за 2005–2009 гг.;  $y$  – урожайность, ц/га;  $x$  – суммарная доза N, кг д.в./га

Fig. 2. Effect of doses of nitrogen nutrition with a stabilized background of phosphorus and potassium fertilizers on barley yield ( $P_{80}K_{120}$ ) [1]: line 1–5 – data for 2005, 2006, 2007, 2008, 2009 respectively; line 6 – average data for 2005–2009;  $y$  – yield, c/ha;  $x$  – total N dose, kg d.v./ha

Сравнение рис. 1 и 2 показывает, что в формулах вида (3) под дозами удобрений можно понимать не только суммарную дозу азота, фосфора и калия (NPK), но и один азот (N). Точность количественной оценки при этом остается одинаково высокой. Вместе с тем, следует отметить, что использование только одного азота при построении графиков вида (3) требует дополнительных пояснений (на каком фоне фосфора и калия он вносился). Поэтому в обобщениях предпочтительнее пользоваться суммарными дозами NPK, что снижает неоднозначность количественной трактовки опытных данных.

Подобные результаты можно получить и по материалам других однофакторных опытов. В эмпирических формулах, аппроксимирующих результаты такого опыта для каждого года исследований, будут меняться значения эмпирических коэффициентов. Какие-либо обобщения полученных формул проблематичны, а осредненные за многолетие данные по урожайности являются очень грубым приближением, не позволяющим из-за разброса опытных точек по годам (рис. 1, 2) уверенно делать теоретические и практические выводы.

Чтобы максимально сузить диапазон колебаний значений эмпирических коэффициентов и получить формулу, единую для многолетнего опыта, необходимо использовать результаты многофакторного исследования, способного отразить многообразие условий вегетации и учесть помимо доз вносимых удобрений влагообеспеченность культуры и, при возможности, температурный фактор.

Вернемся к опыту с ячменем [1], добавив к дозам удобрений показатели динамики запаса продуктивной влаги на посевах [1, с. 137, рис. 1.5]. В табл. 2 приведены средние запасы продуктивной влаги в выделенные фазы развития культуры и урожайность ячменя, полученная на удобрительном фоне  $N_{90}P_{80}K_{120}$  (только один фон удобрений выбран в качестве примера для краткости анализа).

Т а б л и ц а 2. Влияние продуктивной влаги на урожайность ячменя

Table 2. Effect of productive moisture on barley yield

| Показатель                                                             | 2005 г. | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. |
|------------------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Запас влаги, мм:                                                       |         |         |         |         |         |
| 3-й лист — конец кущения                                               | 155     | 155     | 85      | 142     | 158     |
| созревание                                                             | 35      | 80      | 180     | 55      | 180     |
| Урожай на фоне N <sub>90</sub> P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> , ц/га | 65,0    | 60,2    | 38,6    | 71,1    | 43,4    |

На рис. 3 показаны графики, построенные по данным табл. 2. Эти графики наглядно демонстрируют влияние содержания продуктивной влаги в почве на урожайность ячменя. Как видим, в фазе «3-й лист – конец кущения» имеет место оптимум почвенных влагозапасов, составляющий около 125 мм (при этом оптимуме достигается максимальный урожай). А в фазу созревания культуры повышение содержания влаги в почве однозначно снижает урожай, на который в данную фазу вегетации существенно больше влияет переувлажнение, а не недостаток влаги. В дальнейшем при анализе будем использовать вариант с переувлажнением (3, *b*), как более точный для данных условий ( $R^2=0,93$ ).

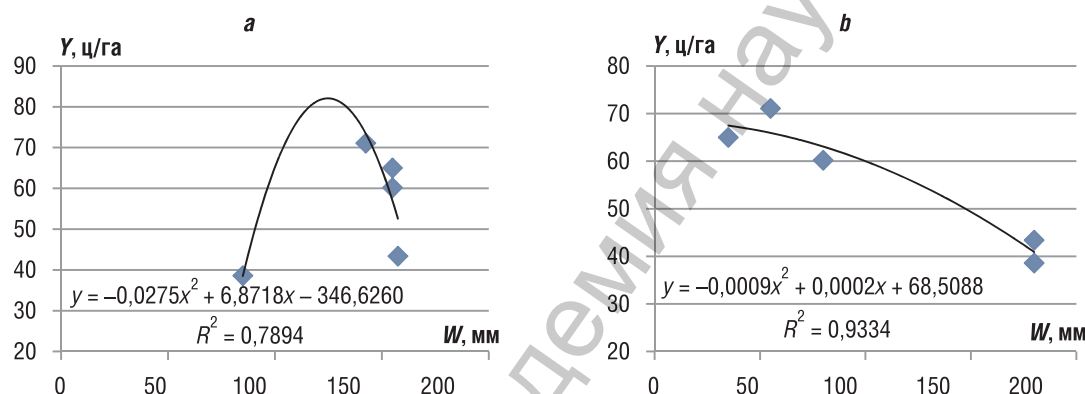


Рис. 3. Влияние средних запасов продуктивной влаги в почве на урожайность ячменя: *a* – в фазе «3-й лист – конец кущения»; *b* – в фазу созревания

Fig. 3. Effect of average reserves of productive moisture in soil on barley yield: *a* – in 3rd leaf phase – end of tillering; *b* – ripening phase

По итогам опыта с ячменем на органогенных почвах с помощью программы «Excel» можно построить достаточно точную (с высоким коэффициентом детерминации) эмпирическую формулу в виде полинома второй степени, связывающую урожайность культуры с пищевым и водным режимами. Подтвердим такую возможность, основываясь на результатах опытов, проведенных в других условиях и с другими культурами.

Рассмотрим данные исследований, проведенных в 2005–2007 гг, по технологии возделывания огурца на орошаемых светло-каштановых почвах в Волгоградской области Российской Федерации [2]. В опыте контролировались два урожаяобразующих фактора – удобрения и влагообеспеченность культуры (табл. 3).

С использованием электронных таблиц «Excel» по результатам двухфакторного опыта (табл. 3) авторами обоснована эмпирическая зависимость урожайности огурца от доз NPK и предполивных влагозапасов почвы в виде полинома второй степени

$$Y = -a_2(NPK)^2 - b_2(W_{\text{пп}})^2 + b_1(W_{\text{пп}}) + c_1(NPK)(W_{\text{пп}}) - a_0, \quad (4)$$

где  $a_0, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$  – эмпирические коэффициенты, численные значения которых автором подобраны таким образом, что при сравнении результатов расчета по формуле (4) с опытными данными (табл. 3) коэффициент детерминации составил 0,93;  $W_{\text{пп}}$  – предполивные влагозапасы почвы, % от наименьшей влагоемкости (НВ).

Т а б л и ц а 3. Влияние доз азотных, фосфорных, калийных удобрений и режима орошения на урожайность огурца, ц/га [2]

Table 3. Effect of doses of nitrogen, phosphorus and potassium fertilizers and irrigation mode on cucumber yield, c/ha [2]

| Варианты опыта                                   | NPK, кг д.в./га | W <sub>пп</sub> , % НВ | Урожайность, ц/га |         |         |
|--------------------------------------------------|-----------------|------------------------|-------------------|---------|---------|
|                                                  |                 |                        | 2005 г.           | 2006 г. | 2007 г. |
| N <sub>65</sub> P <sub>40</sub> K <sub>20</sub>  | 125             | 70                     | 28,7              | 29,3    | 25,4    |
|                                                  |                 | 80                     | 33,1              | 34,7    | 27,2    |
|                                                  |                 | 90                     | 35,4              | 36,0    | 30,0    |
| N <sub>105</sub> P <sub>60</sub> K <sub>40</sub> | 205             | 70                     | 33,4              | 34,1    | 30,3    |
|                                                  |                 | 80                     | 50,9              | 51,4    | 47,1    |
|                                                  |                 | 90                     | 55,7              | 56,8    | 49,8    |
| N <sub>145</sub> P <sub>80</sub> K <sub>55</sub> | 280             | 70                     | 38,2              | 39,5    | 35,2    |
|                                                  |                 | 80                     | 59,4              | 61,2    | 56,7    |
|                                                  |                 | 90                     | 65,7              | 67,6    | 62,5    |

Рассмотрим результаты подобного опыта с другой культурой. В 2005–2008 гг. в Волгоградской области выполнены полевые исследования, целью которых являлось совершенствование агротехники выращивания баклажана на среднесуглинистых светло-каштановых почвах при капельном орошении (табл. 4).

Авторы установили, что «...изменение урожайности баклажана подчиняется нелинейному закону и наиболее достоверно описывается уравнением регрессии следующей формы» [3]:

$$Y_b = -a_0 + a_1N + \frac{b_1}{W_{пп}} - a_2N^2 - \frac{b_2}{W_{пп}^2} - \frac{cN}{W_{пп}}, \quad (5)$$

где  $Y_b$  – урожайность баклажана при возделывании в ранней культуре с использованием тоннельных укрытий, т/га;  $a_0, a_1, a_2, b_1, b_2, c$  – эмпирические коэффициенты, численные значения которых автором подобраны таким образом, что при сравнении результатов расчета по формуле (5) с опытными данными (табл. 4) коэффициент детерминации составил 0,91;  $N$  – доза внесения азота, кг д.в./га;  $W_{пп}$  – уровень предполивной влажности почвы, % НВ.

Т а б л и ц а 4. Влияние доз азотных, фосфорных, калийных удобрений и режима орошения ( $W_{пп}$ ) на урожайность баклажана [3]

Table 4. Effect of doses of nitrogen, phosphorus and potassium fertilizers and irrigation mode ( $W_{пп}$ ) on aubergine yield, c/ha [3]

| NPK,<br>кг д.в./га                                 | Условия возделывания |     |                        | Урожайность, ц/га |         |         |         |
|----------------------------------------------------|----------------------|-----|------------------------|-------------------|---------|---------|---------|
|                                                    | ΣNPK                 | N   | W <sub>пп</sub> , % НВ | 2005 г.           | 2006 г. | 2007 г. | 2008 г. |
| N <sub>100</sub> P <sub>60</sub> K <sub>0</sub>    | 160                  | 100 | 70                     | 37,3              | 40,1    | 37,8    | 41,3    |
|                                                    |                      |     | 80                     | 39,6              | 48,4    | 44,6    | 50,2    |
|                                                    |                      |     | 90                     | 44,0              | 46,6    | 46,8    | 48,4    |
| N <sub>180</sub> P <sub>110</sub> K <sub>20</sub>  | 310                  | 180 | 70                     | 44,9              | 50,4    | 52,9    | 54,3    |
|                                                    |                      |     | 80                     | 56,6              | 66,3    | 61,0    | 68,2    |
|                                                    |                      |     | 90                     | 58,0              | 65,1    | 61,4    | 66,9    |
| N <sub>260</sub> P <sub>160</sub> K <sub>190</sub> | 610                  | 260 | 70                     | 48,3              | 55,8    | 52,8    | 56,0    |
|                                                    |                      |     | 80                     | 62,5              | 70,8    | 71,6    | 73,4    |
|                                                    |                      |     | 90                     | 65,0              | 70,9    | 72,9    | 75,0    |

Уравнение (5) справедливо при предполивной влажности почвы в границах  $70\% < W_{пп} < 90\%$  и при дозах азота в пределах  $100 \text{ кг д.в./га} < N < 220 \text{ кг д.в./га}$ .

Известны также результаты полевого опыта, проведенного в 2008–2010 гг. в тех же условиях с рассадным луком (табл. 5).

Т а б л и ц а 5. Влияние доз азотных, фосфорных, калийных удобрений и режима орошения ( $W_{\text{пп}}$ ) на урожайность рассадного лука [4]

Table 5. Effect of doses of nitrogen, phosphorus and potassium fertilizers and irrigation mode ( $W_{\text{пп}}$ ) on transplanted onion yield, c/ha [4]

| NPK, кг д.в./га         | Условия возделывания |     |                        | Урожайность, ц/га |         |         |         |
|-------------------------|----------------------|-----|------------------------|-------------------|---------|---------|---------|
|                         | ΣNPK                 | N   | $W_{\text{пп}}$ , % НВ | 2008 г.           | 2009 г. | 2010 г. | среднее |
| $N_{50}P_{35}K_{15}$    | 100                  | 50  | 70                     | 37,2              | 42,1    | 38,5    | 39,3    |
|                         |                      |     | 80                     | 40,3              | 44,2    | 43,1    | 42,5    |
|                         |                      |     | 90                     | 42,7              | 44,2    | 44,4    | 43,8    |
| $N_{110}P_{60}K_{100}$  | 270                  | 110 | 70                     | 53,9              | 56,2    | 54,9    | 55,0    |
|                         |                      |     | 80                     | 58,7              | 63,9    | 61,9    | 61,5    |
|                         |                      |     | 90                     | 60,1              | 67,1    | 62,8    | 63,3    |
| $N_{170}P_{85}K_{190}$  | 445                  | 170 | 70                     | 56,2              | 62,0    | 59,2    | 59,1    |
|                         |                      |     | 80                     | 75,4              | 83,4    | 78,9    | 79,2    |
|                         |                      |     | 90                     | 77,1              | 84,7    | 80,1    | 80,6    |
| $N_{230}P_{110}K_{280}$ | 620                  | 230 | 70                     | 56,5              | 62,5    | 62,4    | 60,5    |
|                         |                      |     | 80                     | 82,4              | 95,6    | 93,4    | 90,5    |
|                         |                      |     | 90                     | 84,0              | 96,7    | 94,2    | 91,6    |

С помощью регрессионного анализа автором опыта предложена эмпирическая зависимость для рассадного лука [4]:

$$Y_{\text{л}} = \frac{a_0 + a_1 N - a_2 N^2 - b_1 W_{\text{пп}}}{b_0 - a_3 N - b_3 W_{\text{пп}} + b_2 W_{\text{пп}}^2}, \quad (6)$$

где  $Y_{\text{л}}$  – урожайность рассадного лука, т/га;  $a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2, b_3, c$  – эмпирические коэффициенты, численные значения которых автором подобраны таким образом, что при сравнении результатов расчета по формуле (6) с данными опыта (табл. 5) коэффициент детерминации составил 0,89;  $N$  – доза внесения минерального азота как элемента, лимитирующего урожайность на малоплодородных светло-каштановых почвах Нижнего Поволжья, кг д.в./га;  $W_{\text{пп}}$  – уровень предполивной влажности почвы, % НВ.

Уравнение (6) справедливо в границах  $70\% < W_{\text{пп}} < 90\%$  при  $50 \text{ кг д.в./га} < N < 230 \text{ кг д.в./га}$ .

Проводя подобные исследования, можно до бесконечности множить эмпирические зависимости между урожайностью культур и урожаеобразующими факторами, получив ряды полиномов второй степени или эмпирических формул другого вида, с достаточно высокой точностью аппроксимирующих опытные данные. Однако отсутствие единой методики обработки результатов исследований и вызванный этим «разнобой» в структуре предлагаемых формул (4)–(6) не позволяет делать обобщающие выводы, ограничивая анализ только условиями конкретного опыта. Сказывается отсутствие у исследователей объединяющей идеи при формировании расчетных зависимостей подобного типа.

Считаем, что эмпирических формул, представляющих связь урожайности с урожаеобразующими факторами, наработано вполне достаточно, чтобы исследователям сделать следующий шаг, осилить очередной рубеж в аналитической обработке результатов подобных опытов и представлять их в виде единой математической модели, позволяющей повысить общность и объективность выводов, на которых можно базировать конкретные рекомендации производству. Такой базовой моделью может стать предложенная нами структурная модель урожая, приближенные формулы которой (1) и (2) приведены выше.

**Результаты и их обсуждение.** Для оценки применимости на практике формул (1) и (2) проверим их работоспособность по приведенным выше результатам полевых исследований. Для двухфакторных опытов расчетные формулы структурной модели урожая (1) и (2) трансформируются к виду

$$Y_1 = Y_{\text{max}} \exp \left\{ - \left[ \left( \frac{F_{\text{opt}} - F}{F_{\text{opt}} - F_{\text{min}}} \right)^2 + \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\text{min(max)}}} \right)^2 \right] \right\}, \quad (7)$$



$$Y_2 = Y_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{F_{\text{opt}} - F}{F_{\text{opt}} - F_{\min}} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{W_{\text{opt}} - W}{W_{\text{opt}} - W_{\min(\max)}} \right)^2 \right], \quad (8)$$

где  $F$  – фактическое количество вносимых удобрений, кг д.в./га;  $F_{\text{opt}}$  – оптимальный уровень питания, при котором формируется максимальный урожай, кг д.в./га;  $F_{\min}$  – условная минимальная доза вносимых удобрений, не обеспечивающая формирование урожая и расположенная вне области определения функций (7) и (8), кг д.в./га;  $W_{\text{opt}}$  – оптимальные влагозапасы (предполивная влажность) почвы, при которых формируется максимальный урожай (мм или % НВ);  $W$  – фактические влагозапасы почвы (мм или % НВ);  $W_{\min(\max)}$  – условные почвенные влагозапасы – минимальные (в засушливых условиях) или максимальные (при переувлажнении), не обеспечивающие формирование урожая.

Как указано выше, формулы (7) и (8) являются приближенными версиями структурной модели урожайности с ограниченной областью определения в диапазоне  $(0,5-1,0)Y_{\max}$ , поэтому опорные значения ( $F_{\min}$  и  $W_{\min(\max)}$ ) всегда располагаются за пределами этой области.

Заметим, что при анализе результатов отдельно взятого опыта все варианты которого соответствуют принципу единственного различия, т. е. проведены в одних условиях, при расчетах по формулам (7) и (8) можно учитывать только вносимые в почву дозы удобрений. Но при сравнении между собой результатов опытов, проведенных на почвах с различным исходным плодородием, уровень питания растений для расчета по формулам (7) и (8) должен суммировать все доступные растениям питательные вещества, не только вносимые с удобрениями, но и содержащиеся в почве (до внесения).

Следует также учитывать, что максимальная урожайность культуры ( $Y_{\max}$ ), в отличие от потенциально возможного урожая, зависящего только от вида и качества семенного материала, определяется влиянием всех неучтенных расчетными формулами (7) и (8) урожаяобразующих факторов. В Беларуси наиболее значимыми факторами урожая (в порядке представленной очередности) являются пищевая, водная, тепловая режимы [11]. Причем величина максимальной урожайности для конкретной культуры и другие опорные показатели в разработанной структурной модели становятся более устойчивыми к изменениям при снижении вариативности условий внешней среды.

В табл. 6 приведены результаты расчета по формулам (7) и (8) урожайности ячменя на органических почвах по дозам NPK и содержанию в почве продуктивной влаги в фазу созревания культуры. Как видим, фактическая урожайность, полученная в опыте [1], вполне согласуется с вычисленной по формулам (7) и (8). Согласно данным табл. 6, среднеквадратичное (стандартное) отклонение рассчитанных по формулам (7) и (8) урожайностей от фактических, измеренных непосредственно в поле по всем вариантам опыта за все годы исследований, составляет около 4 ц/га.

Таким образом, установленная ошибка расчета по формулам (7) и (8) почти на порядок меньше, чем ошибка, полученная при оценке результатов опыта по среднемноголетней урожайности. Заметим, что численные значения продуктивных влагозапасов, приведенные в табл. 2, снимались нами с графика [1, с. 137, рис. 1.5], т. е. весьма приближенно; однако это не намного ухудшило результаты анализа. Коэффициенты детерминации сравнения рассчитанных по формулам (7) и (8) и измеренных в поле урожайностей составили 0,913 и 0,908 соответственно. Это подтверждает достаточно высокую точность формул структурной модели урожайности (7) и (8), используемых при обработке данных конкретного опыта [1].

Оценим подобным же образом результаты опытов в сухостепной зоне Российской Федерации с огурцом, баклажаном и рассадным луком. На рис. 4, а приведены статистические характеристики соответствия опытным данным урожайности огурца (см. табл. 3) и структурной модели (7), аппроксимирующей опытные точки при  $Y_{\max} = 66$  ц/га;  $NPK_{\text{opt}} = 305$  кг д.в./га;  $NPK_{\min} = 70$  кг д.в./га;  $W_{\text{opt}} = 89$  % НВ;  $W_{\min} = 62$  % НВ. На рис. 4, б показаны аналогичные характеристики соответствия опытным точкам (табл. 3) аппроксимирующей их структурной модели урожайности (8) при  $Y_{\max} = 70$  ц/га;  $NPK_{\text{opt}} = 390$  кг д.в./га;  $NPK_{\min} = 5$  кг д.в./га;  $W_{\text{opt}} = 90$  % НВ;  $W_{\min} = 57$  % НВ.

Таблица 6. Сравнение рассчитанных по формулам (7) и (8) урожайностей с фактической урожайностью ячменя на органогенных почвах в фазу созревания культуры [1]

Table 6. Comparison of yields calculated under formulae (7) and (8) with the actual barley yield on organogenic soils during the crop maturation phase [1]

| Год                                 | Продук-<br>тивные<br>влагозапасы<br>в почве,<br>$W$ , мм | Дозы внесе-<br>ния удобре-<br>ний,<br>NPK,<br>кг д.в./га | Урожайность<br>фактическая,<br>$Y$ , ц/га | Расчет по формуле (7) при<br>$Y_{\max} = 69,0$ ц/га, $NPK_{opt} =$<br>$290$ кг д.в., $NPK_{\min} =$<br>$106$ кг д.в., $W_{opt} = 5$ мм,<br>$W_{\max} = 245$ мм |               | Расчет по формуле (8) при<br>$Y_{\max} = 66,1$ ц/га, $NPK_{opt} =$<br>$290$ кг д.в., $NPK_{\min} =$<br>$96$ кг д.в., $W_{opt} = 60$ мм,<br>$W_{\max} = 255$ мм |               |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
|                                     |                                                          |                                                          |                                           | $Y_1$ , ц/га                                                                                                                                                   | $(Y - Y_1)^2$ | $Y_2$ , ц/га                                                                                                                                                   | $(Y - Y_2)^2$ |
| 2005                                | 35                                                       | 200                                                      | 46,2                                      | 53,5                                                                                                                                                           | 52,94         | 51,0                                                                                                                                                           | 23,25         |
|                                     |                                                          | 260                                                      | 63,4                                      | 66,1                                                                                                                                                           | 7,55          | 63,4                                                                                                                                                           | 0,00          |
|                                     |                                                          | 290                                                      | 65,0                                      | 67,9                                                                                                                                                           | 8,59          | 65,0                                                                                                                                                           | 0,00          |
|                                     |                                                          | 320                                                      | 64,6                                      | 66,1                                                                                                                                                           | 2,40          | 63,5                                                                                                                                                           | 1,30          |
| 2006                                | 80                                                       | 200                                                      | 52,0                                      | 49,3                                                                                                                                                           | 7,48          | 51,3                                                                                                                                                           | 0,45          |
|                                     |                                                          | 260                                                      | 62,7                                      | 60,9                                                                                                                                                           | 3,10          | 63,8                                                                                                                                                           | 1,30          |
|                                     |                                                          | 290                                                      | 60,2                                      | 62,6                                                                                                                                                           | 5,67          | 65,4                                                                                                                                                           | 27,09         |
|                                     |                                                          | 320                                                      | 53,7                                      | 60,9                                                                                                                                                           | 52,40         | 63,8                                                                                                                                                           | 102,83        |
| 2007                                | 180                                                      | 200                                                      | 27,6                                      | 31,9                                                                                                                                                           | 18,65         | 32,2                                                                                                                                                           | 21,43         |
|                                     |                                                          | 260                                                      | 37,4                                      | 39,5                                                                                                                                                           | 4,33          | 40,1                                                                                                                                                           | 7,21          |
|                                     |                                                          | 290                                                      | 38,6                                      | 40,5                                                                                                                                                           | 3,78          | 41,1                                                                                                                                                           | 6,09          |
|                                     |                                                          | 320                                                      | 38,9                                      | 39,5                                                                                                                                                           | 0,34          | 40,1                                                                                                                                                           | 1,41          |
| 2008                                | 55                                                       | 200                                                      | 57,0                                      | 52,0                                                                                                                                                           | 24,89         | 51,8                                                                                                                                                           | 26,63         |
|                                     |                                                          | 260                                                      | 64,8                                      | 64,3                                                                                                                                                           | 0,22          | 64,5                                                                                                                                                           | 0,10          |
|                                     |                                                          | 290                                                      | 71,1                                      | 66,1                                                                                                                                                           | 25,31         | 66,1                                                                                                                                                           | 25,44         |
|                                     |                                                          | 320                                                      | 70,8                                      | 64,3                                                                                                                                                           | 41,78         | 64,5                                                                                                                                                           | 39,98         |
| 2009                                | 180                                                      | 200                                                      | 34,7                                      | 31,9                                                                                                                                                           | 7,74          | 32,2                                                                                                                                                           | 6,10          |
|                                     |                                                          | 260                                                      | 42,0                                      | 39,5                                                                                                                                                           | 6,34          | 40,1                                                                                                                                                           | 3,66          |
|                                     |                                                          | 290                                                      | 43,4                                      | 40,5                                                                                                                                                           | 8,15          | 41,1                                                                                                                                                           | 5,44          |
|                                     |                                                          | 320                                                      | 42,1                                      | 39,5                                                                                                                                                           | 6,86          | 40,1                                                                                                                                                           | 4,06          |
| Среднеквадратичное отклонение, ц/га |                                                          |                                                          |                                           | $\Sigma(Y - Y_{1,2})^2$                                                                                                                                        | 288,51        |                                                                                                                                                                | 303,78        |
|                                     |                                                          |                                                          |                                           |                                                                                                                                                                | 3,90          |                                                                                                                                                                | 4,00          |

Примечание. В таблице приведены осредненные продуктивные влагозапасы в почве, наблюдавшиеся в фазу созревания ячменя [1].

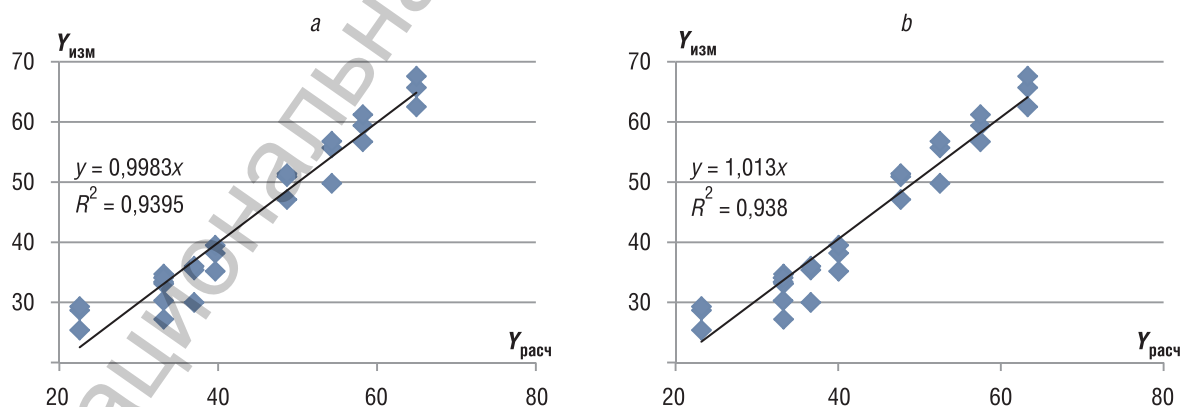


Рис. 4. Сравнение рассчитанных ( $Y_{\text{расч}}$ ) и полученных в полеом опыте ( $Y_{\text{изм}}$ ) [2] урожайностей огурца, ц/га:

$a$  – расчет выполнен по формуле (7),  $b$  – расчет выполнен по формуле (8)

Fig. 4. Comparison of calculated ( $Y_{\text{расч}}$ ) and obtained in field experiment ( $Y_{\text{изм}}$ ) [2] cucumber yield:

$a$  – calculation according to (7) formula,  $b$  – calculation according to (8) formula

Согласно графикам (рис. 4), данные опыта (табл. 3) и результаты расчета урожайности огурца по формулам (7) и (8) достаточно близки между собой ( $R^2 \approx 0,94$ ). Аналогичные выводы получены и при использовании формул (7) и (8) для расчета урожайностей баклажана (рис. 5) и рассадного лука (рис. 6).

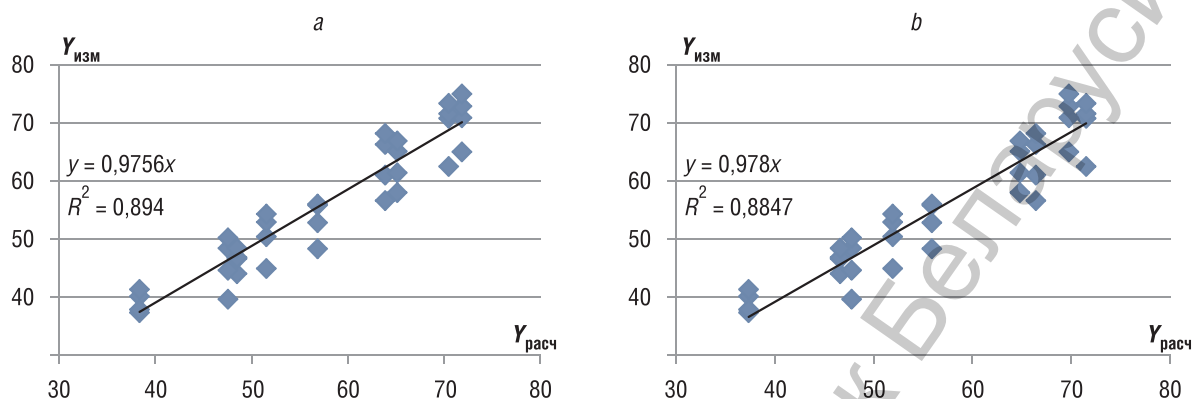


Рис. 5. Сравнение рассчитанных ( $Y_{расч}$ ) и полученных в полевом опыте ( $Y_{изм}$ ) [3] урожайностей баклажана, ц/га: *a* – расчет выполнен по формуле (7), *b* – расчет выполнен по формуле (8)

Fig. 5. Comparison of calculated ( $Y_{расч}$ ) and obtained in field experiment ( $Y_{изм}$ ) [3] aubergine yield: *a* – calculation according to (7) formula, *b* – calculation according to (8) formula

На рис. 5, *a* установленные статистические характеристики соответствуют структурной модели урожайности баклажана (7) при  $Y_{max} = 73$  ц/га;  $N_{opt} = 260$  кг д.в/га;  $N_{min} = 0$  кг д.в/га;  $W_{opt} = 86$  % НВ;  $W_{min} = 54$  % НВ. На рис. 5, *b* показаны аналогичные характеристики соответствия опытным точкам (табл. 4) структурной модели урожайности лука (8) при  $Y_{max} = 73$  ц/га;  $N_{opt} = 250$  кг д.в/га;  $NPK_{min} = 0$  кг д.в/га;  $W_{opt} = 86$  % НВ;  $W_{min} = 55$  % НВ.

На рис. 6, *a* приведены статистические характеристики соответствия опытным точкам (табл. 5) структурной модели урожайности рассадного лука (7) при  $Y_{max} = 97$  ц/га;  $N_{opt} = 260$  кг д.в/га;  $N_{min} = 15$  кг д.в/га;  $W_{opt} = 87$  % НВ;  $W_{min} = 58$  % НВ. На рис. 6, *b* показаны аналогичные характеристики соответствия опытным точкам (табл. 5) структурной модели урожайности (8) при  $Y_{max} = 96$  ц/га;  $N_{opt} = 290$  кг д.в/га;  $NPK_{min} = -45$  кг д.в/га;  $W_{opt} = 87$  % НВ;  $W_{min} = 55$  % НВ.

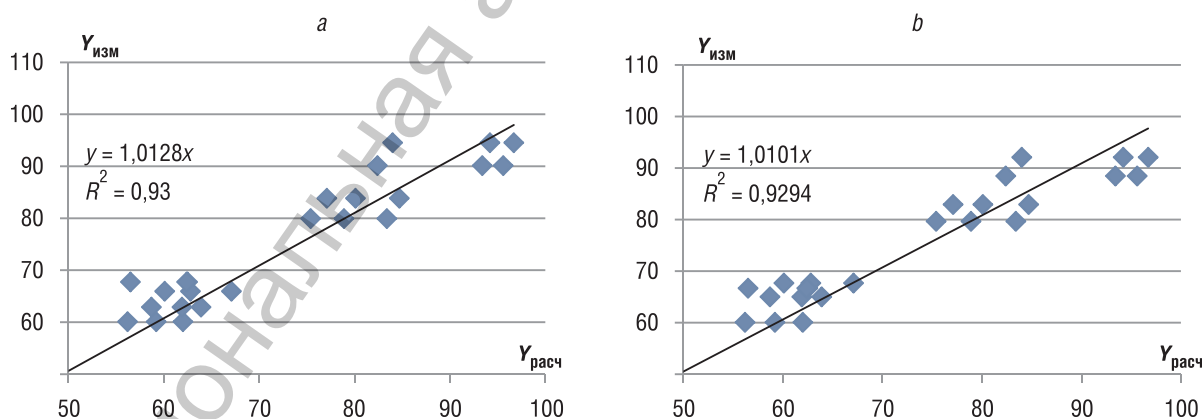


Рис. 6. Сравнение рассчитанных ( $Y_{расч}$ ) и полученных в полевом опыте ( $Y_{изм}$ ) [4] урожайностей рассадного лука, ц/га: *a* – расчет по формуле (7), *b* – расчет по формуле (8)

Fig. 6. Comparison of calculated ( $Y_{расч}$ ) and obtained in field experiment ( $Y_{изм}$ ) [4] transplanted onion yield (c/ha): *a* – calculation according to (7) formula, *b* – calculation according to (8) formula

Как видим, коэффициенты детерминации применения однотипных формул (7), (8) и разного вида эмпирических формул, предложенных авторами полевых опытов [2–4], достаточно высоки, что убедительно подтверждает не только универсальность, но и достаточную точность предложенной структурной модели в ее упрощенных вариантах (1) и (2).

Вместе с тем следует отметить, что разработанный нами метод структурного моделирования урожайности с использованием приближенных формул (7) и (8) возможно применять только в том случае, если графики зависимости «дозы NPK – урожайность», построенные по данным полевого опыта (в нашем конкретном случае – это графики, подобные представленным на рис. 1, 2), имеют максимум урожайности при внесении оптимальной дозы удобрений (NPK<sub>опт</sub> или N<sub>опт</sub>). При повышении дозы удобрений сверх этого оптимума урожайность начинает снижаться. Достижение такого максимума зависит от схемы опыта. Например, при планировании опыта с ячменем такое требование соблюдено (рис. 1, 2), что явилось основой успешного использования в расчетах формул структурной модели урожайности. Если же в схеме опыта такие варианты отсутствуют, то при построении структурной модели урожая возникают принципиальные трудности, связанные с невозможностью уверенного определения главного параметра модели – максимального урожая ( $Y_{\max}$ ).

Рассмотрим данное ограничение по результатам опыта Н. Н. Семененко с озимым тритикале (табл. 7).

Т а б л и ц а 7. Влияние доз и сочетаний азотных, фосфорных и калийных удобрений на урожайность озимого тритикале [1]

Table 7. Effect of doses and combinations of nitrogen, phosphorus and potassium fertilizers on winter triticale yield [1]

| Вариант опыта                                      | NPK,<br>кг д.в./га | N,<br>кг д.в./га | Урожайность, ц/га |         |         |         |         |
|----------------------------------------------------|--------------------|------------------|-------------------|---------|---------|---------|---------|
|                                                    |                    |                  | 2006 г.           | 2007 г. | 2008 г. | 2009 г. | среднее |
| P <sub>40</sub> K <sub>80</sub>                    | 120,0              | 0,0              | 29,6              | 28,1    | 54,3    | 40,3    | 38,1    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub>                   | 200,0              | 0,0              | 33,4              | 28,9    | 56,2    | 45,4    | 41,0    |
| P <sub>120</sub> K <sub>160</sub>                  | 280,0              | 0,0              | 38,2              | 27,7    | 57,4    | 45,0    | 42,1    |
| P <sub>80</sub> +N <sub>90</sub>                   | 170,0              | 0,0              | 38,9              | 27,8    | 57,1    | 47,4    | 42,8    |
| K <sub>120</sub> +N <sub>90</sub>                  | 210,0              | 90,0             | 41,9              | 29,1    | 60,3    | 48,6    | 45,0    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> +N <sub>60</sub>  | 260,0              | 60,0             | 40,8              | 29,4    | 65,3    | 50,0    | 46,4    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> +N <sub>90</sub>  | 290,0              | 90,0             | 43,8              | 33,0    | 68,3    | 50,6    | 48,9    |
| P <sub>80</sub> K <sub>120</sub> +N <sub>120</sub> | 320,0              | 120,0            | 48,8              | 34,1    | 67,0    | 51,3    | 50,3    |

На рис. 7 приведены графики зависимости урожайности озимого тритикале от доз вносимых удобрений. Они наглядно демонстрируют ограниченность схемы опыта, не позволяющей установить главный параметр структурной модели урожайности – максимальный урожай. Только в условиях 2009 г. на аппроксимирующей кривой второго порядка (полиноме второй степени) получен максимум, после которого с повышением дозы удобрений урожай начинает снижаться (рис. 7, ряд 5). В другие годы при повышении доз удобрений наблюдается только ускоренный рост урожайности.

Как видим, схема любого агрономического опыта, имеющего целью установление зависимости урожая культуры от урожаяобразующих факторов кроме многофакторности должна обязательно включать варианты с заведомо высокими дозами удобрений, не ведущими к повышению урожая в условиях исследований. Только в этом случае можно будет построить модель урожайности, пригодную для дальнейшей оптимизации распределения ресурсов и уверенного планирования (программирования) урожая.

В заключение подчеркнем, что при организации полевых исследований с целью оценки влияния урожаяобразующих факторов на урожайность сельскохозяйственных культур обязательно должны создаваться условия, необходимые для дальнейшей обработки полученных материалов с использованием структурной модели урожайности. Это позволит не только привести все результаты агрономических опытов к единой универсальной научно обоснованной схеме, но и на этой основе разработать методику технико-экономической оптимизации распределения ресурсов в сельскохозяйственном производстве и уверенно планировать (программировать) урожайность сельскохозяйственных культур.

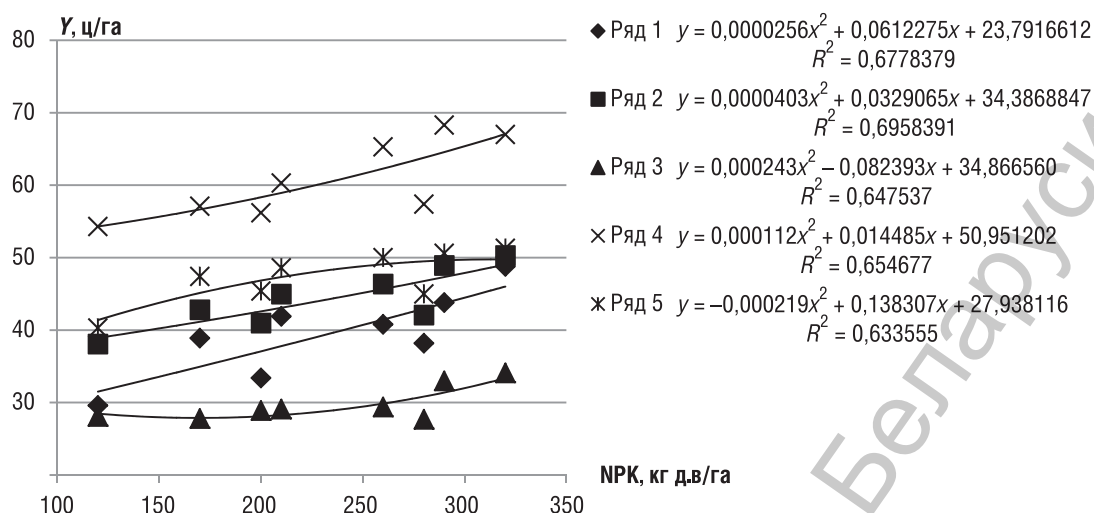


Рис. 7. Влияние на урожайность озимого тритикале доз минерального питания (табл. 7): ряд 1 – данные за 2006 г.; ряд 2 – средние данные за 2006–2009 гг.; ряд 3–5 – данные за 2007, 2008, 2009 гг. соответственно;  $y$  – урожайность, ц/га;  $x$  – суммарная доза NPK, кг д.в./га

Fig. 7. Effect of doses of mineral nutrition on winter triticale yield (table 7): line 1, 3–5 – data for 2006, 2007, 2008, 2009 respectively; line 2 – average data for 2006–2009;  $y$  – yield, c/ha;  $x$  – total NPK dose, kg d.v./ha

### Выводы

1. Предложенные приближенные уравнения структурной модели урожая аппроксимируют зависимость урожайности любой культуры от урожаяобразующих факторов с достаточно высокой точностью.
2. Обобщенная модель урожая, пригодная для разных условий, базируется на многофакторных полевых опытах, учитывающих, как минимум, два фактора – уровень питания и влагообеспеченность растений.
3. Схема любого агрономического опыта, имеющего целью установление зависимости урожая культуры от урожаяобразующих факторов, должна обязательно включать варианты с заведомо высокими дозами удобрений, не ведущими к повышению урожая в исследуемых условиях. Только в этом случае при обработке результатов опыта можно будет применить обобщенную модель урожая, пригодную для разработки рекомендаций по оптимизации распределения ресурсов и для уверенного планирования (программирования) урожайности.

### Список использованных источников

1. Семененко, Н. Н. Торфяно-болотные почвы Полесья: трансформация и пути эффективного использования / Н. Н. Семененко; Нац. акад. наук Беларуси, Ин-т мелиорации. – Минск: Беларус. навука, 2015. – 282 с.
2. Акулинина, М. А. Капельное орошение огурца в сухостепной зоне светло-каштановых почв Нижнего Поволжья: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук: 06.01.02 / М. А. Акулинина; Волгогр. гос. с.-х. акад. – Волгоград, 2010. – 23 с.
3. Шенцева, Е. В. Совершенствование агротехники выращивания баклажан при капельном орошении с использованием тоннельных укрытий для получения ранней продукции: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук: 06.01.01; 06.01.02 / Е. В. Шенцева; Саратов. гос. аграр. ун-т им. Н. И. Вавилова. – Саратов, 2012. – 22 с.
4. Богданенко, М. П. Технология возделывания рассадного лука при капельном орошении в Нижнем Поволжье: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук: 06.01.01; 06.01.02 / М. П. Богданенко; Саратов. гос. аграр. ун-т им. Н. И. Вавилова. – Саратов, 2012. – 23 с.
5. Вахонин, Н. К. Моделирование урожаев в системе точного земледелия / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2015. – № 1. – С. 131–136.
6. Вахонин, Н. К. Методологические принципы формирования задач оптимизации растениеводства / Н. К. Вахонин // Мелиорация переувлажн. земель. – 2007. – № 2. – С. 73–79.
7. Вахонин, Н. К. Концептуальные основы моделирования урожайности в системе принятия решений по регулированию водного режима / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2014. – № 2. – С. 7–15.
8. Образцов, А. С. Системный метод: применение в земледелии / А. С. Образцов. – М.: Агропромиздат, 1990. – 303 с.
9. Пэнгл, Р. Методы системного анализа окружающей среды / Р. Пэнгл; пер. с англ. Н. Н. Моисеева. – М.: Мир, 1979. – 213 с.



10. Лихацевич, А.П. Моделирование влияния регулируемых факторов среды на урожайность сельскохозяйственных культур / А.П. Лихацевич // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. аграр. наук. – 2016. – №4. – С. 65–78.
11. Лихацевич, А.П. Влияние влаготеплообеспеченности на урожайность сельскохозяйственных культур (на примере многолетних трав и ярового тритикале) / А.П. Лихацевич, Е.И. Волкова // Мелиорация. – 2011. – №2. – С. 75–81.

## References

1. Semenenko N.N. *Torfyano-bolotnye pochvy Poles'ya: transformatsiya i puti effektivnogo ispol'zovaniya* [Peat-bog soils of Polesie: transformation and ways of efficient use]. Minsk, Belaruskaya navuka Publ., 2015. 282 p. (In Russian).
2. Akulinina M.A. *Kapel'noe oroshenie ogurtsa v sukhostepnoy zone svetlo-kashanovykh pochv Nizhnego Povolzh'ya. Avtoref. diss. kand. s.-kh. nauk* [Drip irrigation of a cucumber in the dry steppe zone of light chestnut soils of the Lower Volga region. Abstract of doctoral thesis in agriculture]. Volgograd, 2010. 23 p. (In Russian).
3. Shentseva E.V. *Sovershenstvovanie agrotekhniki vyrashchivaniya baklazhan pri kapel'nom oshenii s ispol'zovaniem tonnel'nykh ukrytiy dlya polucheniya ranney produktsii. Avtoref. diss. kand. s.-kh. nauk* [Improvement of the techniques of aubergine growing during drip irrigation using tunnel shelters for obtaining early products. Abstract of doctoral thesis in agriculture]. Saratov, 2012. 22 p. (In Russian).
4. Bogdanenko M.P. *Tekhnologiya vozdel'yvaniya rassadnogo luka pri kapel'nom oshenii v Nizhnem Povolzh'e. Avtoref. diss. kand. s.-kh. nauk* [Technology of transplanted onion cultivation at drip irrigation in the Lower Volga Region. Abstract of doctoral thesis in agriculture]. Saratov, 2012. 23 p. (In Russian).
5. Vakhonin N.K. *Modelirovanie urozhaev v sisteme tochnogo zemledeliya* [Modeling of crops in the system of precise farming]. *Melioratsiya* [Melioration], 2015, no. 1, pp. 131–136. (In Russian).
6. Vakhonin N.K. *Metodologicheskie printsipy formirovaniya zadach optimizatsii rastenievodstva* [Methodological principles of setting the objectives for optimization of plant production]. *Melioratsiya pereuvlazhnennykh zemel'* [Melioration of wetlands], 2007, no. 2, pp. 73–79. (In Russian).
7. Vakhonin N.K. *Kontseptual'nye osnovy modelirovaniya urozhaynosti v sisteme prinyatiya resheniy po regulirovaniyu vodnogo rezhima* [Conceptual bases of yield modeling in the system of decision making on the regulation of water regime]. *Melioratsiya* [Melioration], 2014, no. 2, pp. 7–15. (In Russian).
8. Obraztsov A.S. *Sistemnyy metod: primeneniye v zemledelii* [System method: application in arable farming]. Moscow, Agropromizdat Publ., 1990. 303 p. (In Russian).
9. Pantell R.H. *Techniques of environmental systems analysis*. New York, Wiley, 1976. 187 p. (Russ. ed.: Pentl R. *Metody sistemnogo analiza okruzhayushchey sredy*. Moscow, Mir Publ., 1979. 213 p.)
10. Likhatsevich A.P. *Modelirovanie vliyaniya reguliruemyykh faktorov sredy na urozhaynost' sel'skokhozyaystvennykh kul'tur* [Modeling of the effect of controlled environmental factors on crop yield]. *Vesti Natsyynal'nay akademii nauk Belarusi. Seryya agrarnykh nauk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Agrarian Series], 2016, no. 4, pp. 65–78. (In Russian).
11. Likhatsevich A.P., Volkova E.I. *Vliyanie vlagoteploobespechennosti na urozhaynost' sel'skokhozyaystvennykh kul'tur* (na primere mnogoletnikh trav i yarovogo tritikale) [Influence of moisture supply on the crop yield (by the example of perennial grasses and spring triticale)]. *Melioratsiya* [Melioration], 2011, no. 2, pp. 75–81. (In Russian).

## Информация об авторе

Лихацевич Анатолий Павлович – член-корреспондент, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт мелиорации, Национальная академия наук Беларуси (ул. М. Богдановича, 153, Минск, Республика Беларусь). E-mail: niimel@mail.ru

## Information about the author

Likhatsevich Anatoly P. – Corresponding Member, Ph. D. (Engineering), Professor. The Institute of Land Reclamation, the National Academy of Sciences of Belarus (153 M. Bogdanovich Str., Minsk, Republic of Belarus). E-mail: niimel@mail.ru

## Для цитирования

Лихацевич, А.П. Анализ результатов агрономических опытов с использованием обобщенной экономической модели / А.П. Лихацевич // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. аграр. наук. – 2017. – №2. – С. 68–81.

## For citation

Likhatsevich A.P. Analysis of agronomic experiments results using generalized mathematical model. *Vesti Natsyynal'nay akademii nauk Belarusi. Seryya agrarnykh nauk* [Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Agrarian series], 2017, no 2, pp. 68–81.